



ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ С ОСНОВАМИ АСТРОМЕТРИИ

Н.В. САМСОНОВА

Н.Н. РЕДИЧКИН

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Н.Н. Редичкин

Н.В. Самсонова

ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ

*Утверждено редакционно-издательским советом
университета в качестве учебного пособия*

Ростов-на-Дону

2018

УДК 528.28

Рецензент: Заместитель начальника отдела по защите государственной тайны
и мобилизационной подготовки филиала ФГБУ
«ФКП Росреестра по Ростовской области»
Мозговой Р.В.

Редичкин Н.Н.

Самсонова Н.В.

Геодезическая астрономия с основами астрометрии: учебное пособие. –
Ростов н/Д: ДГТУ, 2018. – 131 с. с прил.

Учебное пособие, составленное на основе курса лекций для студентов университета, содержит обзор современных методов и средств астрономических наблюдений. Рассмотрены теория и методика применения способов астрономических определений широт, долгот и азимутов направлений, а также основные задачи фундаментальной астрометрии.

Учебное пособие составлено для обучающихся по специальности 21.05.01 «Прикладная геодезия» и предназначено как для аудиторной, так и для самостоятельной работы.

Данное учебное пособие было издано при непосредственной помощи и поддержке Донского государственного технического университета.

© Донской государственный
технический университет, 2018
© Редичкин Н.Н., 2018
© Самсонова Н.В., 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Оглавление	4
Глава 1. Введение	8
§ 1.1 Предмет и задачи геодезической астрономии	8
§ 1.2 Краткие исторические сведения из развития геодезической астрономии.....	10
§ 1.3 Определение географических координат и азимута направления из наблюдений светил.....	12
§ 1.4 Основные положения по зенитальным способам астрономических определений	14
§ 1.5 Выгоднейшие условия наблюдений зенитальными способами астроопределений.....	15
§ 1.6 Основные положения по азимутальным способам астрономических определений	16
§ 1.7 Выгоднейшие условия наблюдений азимутальными способами астроопределений.....	18
Глава 2. Астрономические приборы и средства измерения времени	20
§ 2.1 Астрономические теодолиты.....	21
Астрономический теодолит АУ 2"/10"	22
Астрономический теодолит У5	26
Астрономический теодолит Вильд Т-4.....	28
Астрономический теодолит ДКМ-3А	30
§ 2.2 Приборы для измерения и регистрации времени	35
Хронометры	35
Регулятор (маятник).....	36

Спуск (передаточный механизм).....	37
Счётчик.....	38
Двигатель	38
Контактное устройство.....	38
Правила обращения с хронометром.....	39
§ 2.3 Служба времени	40
Глава 3. Зенитальные способы астрономических определений.....	43
§ 3.1 Общая теория зенитальных способов астрономических определений	43
§ 3.2 Способы определения широты и долготы по измеренным зенитным расстояниям светил	48
Совместное определение широты и долготы по измеренным зенитным расстояниям светил в разных вертикалах (способ Сомнера – Акимова)	48
Определение широты по измеренным зенитным расстояниям пар звёзд вблизи меридиана (способ Струве)	52
Определение широты по измеренным малым разностям зенитных расстояний пар звёзд в меридиане (способ Талькотта).....	61
§ 3.3 Способы определения широты и долготы из наблюдений звёзд на равных высотах (способы равных высот).....	64
Совместное определение широты и долготы из наблюдений n звёзд в одном альмукантарате	66
Понятие о совместном определении широты и долготы из наблюдений пар звёзд на равных высотах	69
Определение долготы (времени) из наблюдений пар звёзд на равных высотах. Способ Цингера	70

Определение широты из наблюдений пар звёзд на равных высотах. Способ Певцова	74
Глава 4. Азимутальные способы астрономических определений	77
§ 4.1 Общая теория азимутальных способов астрономических определений	77
§ 4.2 Решение уравнений поправок	82
§ 4.3 Обоснование выгоднейших условий наблюдений	85
Глава 5. Приближённые способы астрономических определений	95
§ 5.1 Определение широты по зенитным расстояниям Полярной	95
§ 5.2 Определение широты по измеренным зенитным расстояниям Солнца	98
§ 5.3 Определение азимута направления на земной предмет по измеренным зенитным расстояниям светил	102
Определение азимута направления по измеренным зенитным расстояниям звёзд	104
Определение азимута направления по измеренному зенитному расстоянию Солнца	104
Глава 6. Основные задачи фундаментальной астрометрии	106
§ 6.1 Принципы построения фундаментальной системы небесных координат. Поправки равноденствия и экватора фундаментальной системы	106
§ 6.2 Уточнение параметров прецессии	109
§ 6.3 Астрономические постоянные	112
Постоянные, характеризующие тело Земли	113
Постоянные, определяющие взаимное расположение и движение плоскостей экватора и эклиптики	113

Масштаб в Солнечной системе.....	113
Параметры системы Земля – Луна	113
Постоянная аберрации и скорость света	113
Глава 7. Определение координат небесных тел и их изменений	114
§ 7.1 Абсолютные определения прямых восхождений и склонений небесных тел	114
§ 7.2 Относительные определения прямых восхождений и склонений небесных тел	119
Глава 8. Определение параметров вращения Земли.....	121
§ 8.1 Перемещение полюсов и изменение географических координат	121
§ 8.2 Определение неравномерностей вращения Земли и координат полюса	122
§ 8.3 Радиointерферометрия	125
Список использованной литературы.....	126
Приложение А	128
Приложение Б.....	129
Приложение В.....	130

ГЛАВА 1. ВВЕДЕНИЕ

§ 1.1 Предмет и задачи геодезической астрономии

Геодезической астрономией называется раздел астрономии, в котором изучают способы определения географических координат точек земной поверхности и азимутов направлений из наблюдений светил.

В предмет геодезической астрономии входит также изучение соответствующих приборов, с помощью которых производят астрономические определения для указанных целей.

Термин «Геодезическая астрономия» указывает на большое значение этого раздела астрономии для решения научных и практических задач геодезии.

Астрономические определения широт, долгот и азимутов совместно с другими результатами геоизмерений обеспечивают установление исходные параметры геодезических дат и ориентирования ГГС, определение параметров земного эллипсоида, ориентирование осей референцной системы геодезических координат и определение высот квазигеоида относительно поверхности референц-эллипсоида.

Для ориентирования триангуляционной сети в единой системе геодезических координат используются азимуты Лапласа или геодезические азимуты триангуляционных сторон, получаемые из астрономических наблюдений. Кроме того, азимуты Лапласа выступают в качестве средства двойного контроля угловых измерений при построении астрономо-геодезической сети. Они ослабляют влияние случайных и систематических погрешностей при угловых измерениях, чем способствуют повышению точности построений обширных геодезических сетей. Азимуты Лапласа также считаются угловыми базисами геодезической сети.

Таким образом, астрономические определения высокой точности, выполняемые в государственной триангуляции, составляют неразрывное целое с геодезическими работами. Они являются неслучайной частью современной геодезической сети, отвечающей различным научным и практическим задачам.

Пункты геодезической сети, на которых определены астрономические широты, долготы и азимуты, называются пунктами Лапласа. Условия определения пунктов Лапласа:

- на базисных сторонах триангуляции 1 класса в вершинах полигонов или на крайних сторонах звеньев полигонометрии с обеих сторон;
- на промежуточных пунктах рядов триангуляции (полигонометрии) 1 класса через 70 – 100 км;
- на базисных сторонах триангуляции (полигонометрии) в середине полигона в сплошных сетях 1 и 2 класса.

В соответствии с указанными условиями определяют более 20 пунктов Лапласа в каждом отдельно взятом полигоне 1 класса.

Кроме того, широты и долготы определяются на пунктах государственной геодезической сети 1 и 2 классов, расположенных на основных линиях астрономо-гравиметрического нивелирования. Распределение астрономических пунктов на этих линиях зависит от плотности гравиметрической съёмки и рельефа местности.

Астрономические определения на пунктах Лапласа в геодезических сетях 1 и 2 класса, а также на пунктах основных линий астрономо-гравиметрического нивелирования выполняются с одинаковой точностью. Точность, получаемая во внутренней сходимости результатов наблюдений на пункте, характеризуется средними квадратическими погрешностями определения:

- широты – не более 3";
- долготы – не более 03^s;
- астрономического азимута – не более 5".

Методы геодезической астрономии успешно применяются в космических исследованиях: при построении базисов космической триангуляции, при определениях астрономических координат пунктов космической триангуляции. Принципиально эти методы можно применять для определения координат искусственных спутников Земли и других космических аппаратов.

Астрономические определения географических координат и азимута находят широкое применение в прикладной геодезии, при геодезическом обеспечении различных инженерных работ:

- развитию и ориентировании геодезических сетей специального назначения;
- автономном определении дирекционных углов и геодезических азимутов и специальных направлений;
- с целью контроля угловых измерений в точных полигонометрических ходах;
- метрологическом обеспечении точных гироскопических приборов, применяемых в различных инженерных работах и т.д.

Во всех указанных случаях точность астрономических наблюдений определяется специальными инструкциями.

§ 1.2 Краткие исторические сведения из развития геодезической астрономии

Первые наблюдения небесных светил были примитивными и неточными. Например, координаты звёзд в каталоге Птолемея (II век до н.э.) даны с ошибками $\pm 15'$, а координаты, полученные в конце XVI века знаменитым датским астрономом Тихо Браге, имели точность $\pm 2'$.

Поэтому для повышения точности необходимо было совершенствовать астрономические приборы. Первыми наиболее точными и простыми инструментами были *квадранты*. Квадрант представлял собой одну четверть разделённого круга и располагался в вертикальной плоскости по отвесу (рис. 1.1). Два диоптра

были установлены на алидаде, идущей вдоль радиуса квадранта и имеющей ось вращения в центре дуги инструмента. С помощью квадранта можно было измерять высоты светил и отмечать моменты прохождения их через вертикал или меридиан.

Дальнейшие усовершенствования произошли в XVII веке, когда изобрели: П. Вернье – отсчётное устройство – верньер; В. Гаскойн – окулярный микрометр; Ж. Пикар – приспособил астрономическую трубу в качестве зрительной трубы инструмента; О. Ремер – изобрёл пассажный инструмент и меридианный круг.

В этот же период для регистрации времени стали использовать маятниковые часы.

В конце XVII века была основана Гринвичская обсерватория, где приступили к созданию каталога координат неподвижных звёзд во 2^й экваториальной системе координат. Эти работы были продолжены в конце XVIII и начале XIX веков усилиями таких учёных, как Ф. Бессель и В.Я. Струве.

В 1839 году была основана Пулковская обсерватория, одной из задач которой было усовершенствование практической астрономии и адаптирование её к географии и мореходству, т.е. для определения географических координат точек земной поверхности на суше и на море.

К середине XX века работы Пулковской обсерватории получили всемирную известность и позволили приступить к систематическим определениям астропунктов. Для этого русскими учёными астрономо-геодезистами были созданы высокоточные и удобные в экспедиционных условиях способы определения широт, долгот и азимутов.



Рис. 1.1. Двенадцатидюймовый астрономическим квадрант

Дальнейшее развитие происходило по пути увеличения точности приборов и усовершенствования методов определений координат звёзд и пунктов и установления фундаментальных геодезических постоянных.

За последнее время общий прогресс науки и техники поставил перед практической астрономией задачи развития новых космических методов геодезии, позволяющих использовать для решения основной геодезической задачи результаты наблюдений ИСЗ.

Эти и другие методы стали возможными для применения с использованием ЭВМ и персональных компьютеров, а также новых информационных технологий для обработки результатов наблюдений.

§ 1.3 Определение географических координат и азимута направления из наблюдений светил

Географическая широта φ , направление меридиана NS и местное звёздное время s в некоторый момент T в каком-либо пункте земной поверхности могут быть определены, если для этого момента определено положение зенита z на небесной сфере (рис. 1.2).

Склонение зенита численно равно широте места $\delta_z = \varphi$, его прямое восхождение – местному звёздному времени $\alpha_z = s$, а большой круг, проходящий через полюс и зенит, определяет небесный меридиан и полуденную линию NS .

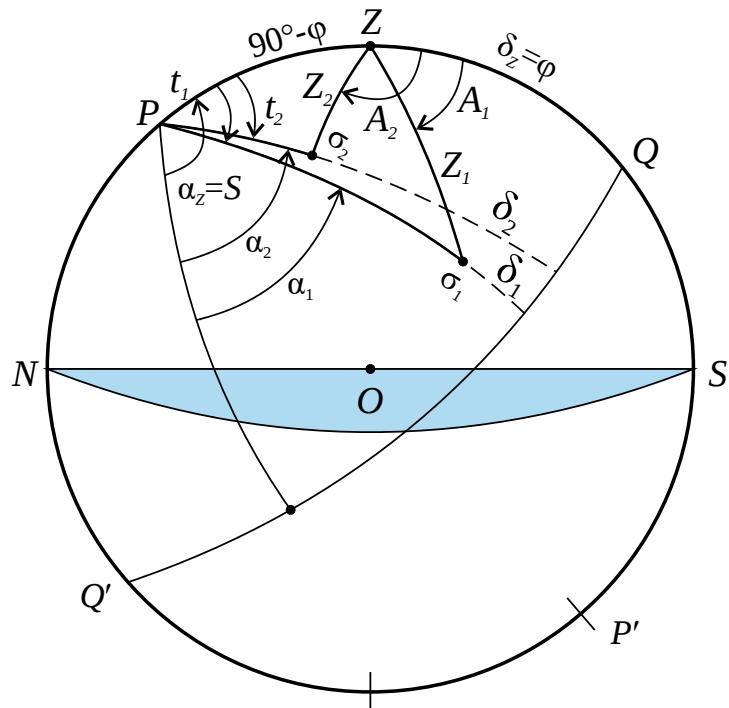


Рис. 1.2. Геометрия небесной сферы

Положение зенита точки наблюдения постоянно меняется относительно неподвижных звёзд по причине суточного вращения Земли.

В каждый момент положение зенита на небесной сфере относительно звёзд может быть определено зенитными расстояниями $z_{\sigma_1} = z_1$ и $z_{\sigma_2} = z_2$ минимум двух данных светил с известными экваториальными координатами $\sigma_1 (\alpha_1, \delta_1)$ и $\sigma_2 (\alpha_2, \delta_2)$ или как пересечение по крайней мере двух вертикалов, проходящих через эти светила, т.е. азимутами светил A_1 и A_2 .

Из рис. 1.2 следует, что для наиболее точного определения положения зенита по измеренным расстояниям или азимутам двух светил необходимо, чтобы разность их азимутов была бы близка к 90° , т.е. светила наблюдались в двух взаимно перпендикулярных вертикалах.

Способы астрономических определений делятся на:

1. *Зенитальные*, основанные на измерении зенитных расстояний светил.
2. *Азимутальные*, основанные на измерении горизонтальных направлений на светила.

Положение зенита на небесной сфере может быть определено также третьим методом, а именно – путём одновременного измерения зенитного расстояния и азимута какого-либо светила. Таким образом, можно выделить третью группу способов астрономических определений – *зенитально-азимутальная* или *комбинированная*. Однако практическое осуществление таких измерений трудно осуществимо и не применяется в астрономических работах.

Из курса сферической астрономии известно, что географическая долгота пункта относительно начального меридиана численно равна разности одноимённых местных времён, определённых одновременно в пункте наблюдений и в Гринвиче (начальный меридиан). Отсюда следует

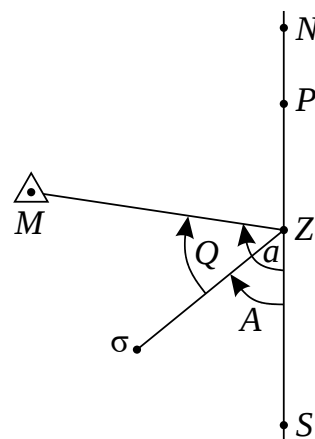


Рис. 1.3

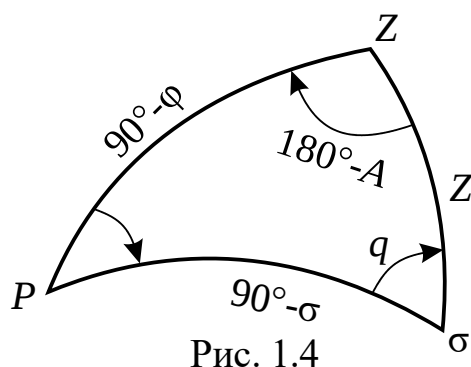
$$\lambda = s - S = m - UT1. \quad (1.1)$$

В связи с этим задача определения долготы пункта состоит из:

1. Определения местного времени s или t в некоторый момент T по измерениям зенитных расстояний светил или их азимутов.
2. Определения времени начального меридиана S или UT1 в тот же самых момент T , например, из приёма радиосигналов времени.

Задача определения азимута a направления на земной предмет (рис. 1.3) сводится обычно к определению азимута светила A и измерению горизонтального угла Q между светилом и местным предметом. В этом случае азимут направления на земной предмет определяется формулой

$$a = A + Q. \quad (1.2)$$



Аналитическое обоснование различных способов определения широты, времени и азимута вытекает из решения параллактического треугольника $PZ\sigma$ (рис. 1.4), построенного для каждого наблюдаемого светила.

§ 1.4 Основные положения по зенитальным способам астрономических определений

Из параллактического треугольника $PZ\sigma$ по теореме косинуса стороны имеем:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \quad (1.3)$$

где $t = s - a = T + u - \alpha$ (T – отсчёт по хронометру; u – поправка хронометра).

Уравнение (1.3) является основным уравнением зенитальных способов астроопределений и связывает измеряемую величину z в некоторый момент T по хронометру с определяемыми значениями широты φ и поправки u .

Полагая, что z и T известны из измерений, а значения экваториальных координат α и δ выбираются из звёздного каталога, в уравнении (1.3) будем иметь

два неизвестных φ и u . Определение этих неизвестных на основании уравнения (1.3) можно производить как совместно, так и отдельно. Причём задача решается путём нахождения малых поправок $\Delta\varphi$ и Δu к приближённым значениям неизвестных φ_0 и u

Для совместного определения необходимо измерить зенитные расстояния минимум двух светил, расположенных вблизи плоскостей двух произвольных взаимно перпендикулярных вертикалов. Тогда из совместного решения двух уравнений вида (1.3)

$$\left. \begin{aligned} \cos z_1 &= \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos(T_1 + u - \alpha_1) \\ \cos z_2 &= \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos(T_2 + u - \alpha_2) \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

принципиально можно найти искомые значения широты φ и поправки хронометра u .

В общем случае задача совместного определения широты и времени решается по измеренным зенитным расстояниям n светил, где $n > 2$, для чего уравнения (1.3), приведённые к линейному виду, решаются по методу наименьших квадратов.

§ 1.5 Выгоднейшие условия наблюдений зенитальными способами астроопределений

Обоснование способов астрономических определений строится на общем принципе максимальной точности определяемых величин.

Условия наблюдений, при которых для данных средств измерений достигается максимальная точность определяемых величин, называются *выгоднейшими условиями наблюдений*.

Для обоснования выгоднейших условий определения широты, времени и азимута используют дифференциальные формулы, полученные путём разложения в ряд Тейлора выражения (1.3). Тогда, с учётом членов первого порядка

$$\Delta z = 15 \cos \varphi \sin A \Delta t + \cos \Delta \varphi - \cos q \Delta \delta, \quad (1.5)$$

где $\Delta t = \Delta T + \Delta u - \Delta \alpha$.

Из выражения (5) относительно $\Delta\varphi$ и Δu найдём:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta z}{\cos A} - 15 \cos \varphi \operatorname{tg} A (\Delta T + \Delta u - \Delta\alpha) + \frac{\cos q}{\cos A} \Delta\delta, \quad (1.6)$$

$$\Delta u = -\Delta T + \Delta\alpha + \frac{\Delta z}{15 \cos \varphi \sin A} - \frac{\Delta\varphi}{15 \cos \varphi \operatorname{tg} A} + \frac{\cos q \Delta\delta}{15 \cos \varphi \sin A}. \quad (1.7)$$

Анализ формул (1.6) и (1.7) позволяет сделать следующие выводы.

1. *Выгоднейшими условиями для определения широты по измеренным зенитным расстояниям светил являются наблюдения их в меридиане.*

При этом истинная погрешность определения широты $\Delta\varphi$ не зависит от погрешностей поправки хронометра Δu , оценки момента наблюдения светила ΔT и прямого восхождения $\Delta\alpha$, так как для наблюдений в меридиане коэффициент при указанных погрешностях обращается в нуль ($\operatorname{tg} A = 0$).

Влияние погрешности измерения зенитного расстояния светила Δz при наблюдении в меридиане также будет наименьшим, так как для меридиана $\cos A = 1$. Если при определении широты произвести наблюдение двух звёзд в меридиане, одной – к югу от зенита ($\cos A = +1$), а другой – к северу ($\cos A = -1$), то в среднем выводе широты исключится влияние постоянной составляющей погрешности Δz , не зависящей от зенитного расстояния светила. При наблюдении двух звёзд на близких или равных зенитных расстояниях в меридиане или вблизи от него влияние систематической части Δz исключится полностью.

§ 1.6 Основные положения по азимутальным способам астрономических определений

В азимутальных способах основным уравнением, связывающим измеряемую величину A (рис. 1.4) с определёнными значениями широты φ и времени s , является

$$\operatorname{ctg} A_N = \sin \varphi \operatorname{ctg} t - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta \operatorname{cosec} t, \quad (1.8)$$

где $t = s - a = T + u - a$.

Практически с помощью угломерного прибора измеряются не азимуты светила A , а горизонтальные направления на светила N (рис. 1.5), так как точное направление меридиана на определяемом пункте, как правило, неизвестно.

В функции измеренного горизонтального направления N азимут светила, отсчитываемый от точки Севера, найдётся из следующего выражения

$$A_N = N - M_N, \quad (1.9)$$

где M_N – место Севера – отсчёт горизонтального круга, соответствующий при данном ориентировании круга направлению на Север.

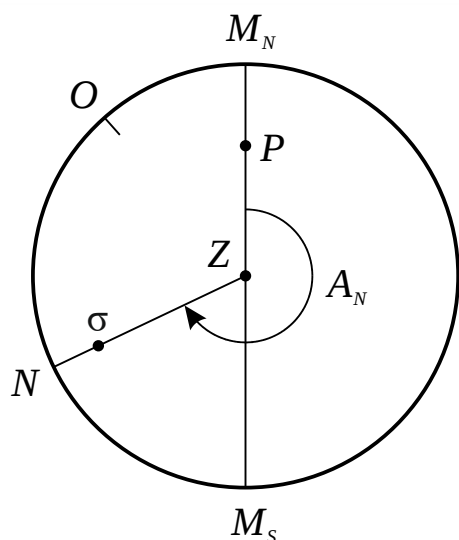


Рис. 1.5

При определении азимута светила по формуле (1.9) место Севера M_N входит с одним и тем же знаком как для наблюдений при КЛ, так и при КП, и поэтому не может быть исключено методикой наблюдений.

Поэтому при определении азимута по измеренному горизонтальному направлению на светило в уравнении (1.8), с учётом равенства (1.9), будет три неизвестных: M_N , φ и u , которые можно найти путём как совместных, так и отдельных определений. Для их совместного определения необходимо произвести наблюдения по крайней мере трёх светил минимум в двух различных вертикалах и решить совместно три уравнения связи (1.8).

В общем случае задача совместного определения решается по измерениям горизонтальных направлений на n светил и соответствующем решении n уравнений (8), приведённых к линейному виду, по методу наименьших квадратов.

В способах раздельного определения M_N , φ и u , пользуясь приближёнными или точными значениями одних величин, производят определения других в условиях, при которых погрешности измерений, а также погрешности величин, принятых за известные, не оказывают существенного влияния на результат определений.

§ 1.7 Выгоднейшие условия наблюдений азимутальными способами астроопределений

Для обоснования выгоднейших условий определения азимута светила, широты и времени в азимутальных способах обычно применяют дифференциальную формулу изменения азимута светила, имеющую вид

$$\Delta A_N = \frac{15 \cos \delta \cos q}{\sin z} (\Delta T + \Delta u - \Delta \alpha) + \frac{\sin A}{\operatorname{tg} z} \Delta \varphi + \frac{\sin q}{\sin z} \Delta \delta, \quad (1.10)$$

где в функции погрешностей измеренного горизонтального направления ΔN на светило и места Севера ΔM_N имеем

$$\Delta A_N = \Delta N - \Delta M_N. \quad (1.11)$$

Решив выражение (10) относительно $\Delta \varphi$ и Δu , получим соответственно

$$\Delta \varphi = \frac{\operatorname{tg} z}{\sin A_N} \Delta A_N - \frac{15 \cos \delta \cos q}{\cos z \sin A_N} (\Delta T + \Delta u - \Delta \alpha) - \frac{\sin q}{\cos z \sin A_N} \Delta \delta, \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} \Delta u = \Delta \alpha - \Delta T + \frac{\sin z}{15 \cos \delta \cos q} \Delta A_N - \frac{\cos z \sin A_N}{15 \cos \delta \cos q} \Delta \varphi \\ - \frac{\sin q}{15 \cos \delta \cos q} \Delta \delta. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Для установления выгоднейших условий определения азимута направления на земной предмет по измеренному горизонтальному углу Q между светилом и местным предметом нужно воспользоваться формулой $a = A_N + Q$, из которой

$$\Delta a = \Delta A_N + \Delta Q = \Delta A_N + \Delta M - \Delta N, \quad (1.14)$$

где ΔM – погрешность горизонтального направления на земной предмет; ΔN – погрешность горизонтального направления на светило.

Подставив в (1.14) выражение ΔA_N из формулы (1.10), получим

$$\Delta a = \frac{15 \cos \delta \cos q}{\sin z} (\Delta T + \Delta u - \Delta \alpha) + \frac{\sin A_N}{\operatorname{tg} z} \Delta \varphi + \frac{\sin q}{\sin z} \Delta \delta + \Delta M - \Delta N. \quad (1.15)$$

Из формулы (1.15) следует, что при данных значениях погрешностей $\Delta \alpha$, $\Delta \delta$, ΔT , Δu , $\Delta \varphi$ погрешность азимута Δa будет тем меньше, чем больше склонение светила и чем оно ближе к меридиану.

В северном полушарии этим условиям наилучшим образом удовлетворяет Полярная звезда, склонение которой близко к 90° ($\cos \delta \approx 0$), а азимут для широт до 65° не превышает $\pm 2^\circ 40'$ ($\sin A \approx 0$). На этом основании рекомендуется производить определение точного астрономического азимута способом измерения горизонтального угла между Полярной и местным предметом.

Из анализа дифференциальной формулы (1.12) следует, что для определения широты по измеренным горизонтальным направлениям на светила последнее необходимо наблюдать в первом вертикале ($\sin A = 1$) и вблизи зенита. При этом влияние всех погрешностей будет наименьшим. Для исключения влияния погрешностей Δu и ΔM_N , а также систематических составляющих погрешностей ΔN и ΔT целесообразно наблюдать пары звёзд в первом вертикале на равных зенитных расстояниях по обе стороны от зенита.

Так как знаки $\sin A$ для западной и восточной звёзд будут противоположны, влияние указанных систематических погрешностей исключается.

Из формулы (1.13) вытекают выгоднейшие условия для определения поправки хронометра в азимутальной группе способов. Для этой цели необходимо производить наблюдения светил в меридиане на малых зенитных расстояниях по обе стороны от зенита. При этом погрешность Δu не зависит от погрешностей $\Delta \varphi$ и $\Delta \delta$, влияние систематической составляющей погрешности ΔN и погрешности ΔM_N исключается при наблюдении южных и северных звёзд в верхней кульминации, влияние случайных погрешностей измерений будет малым. Влияние погрешностей ΔT и $\Delta \alpha$ для азимутальных способов определения времени и долготы будет таким же, как и для зенитальных способов.

Для максимального ослабления влияния случайных и систематических погрешностей измерений в азимутальной группе можно применять способы, в которых аналогично способам равных высот зенитальной группы не производятся отсчёты по горизонтальному кругу, и, таким образом, из результатов наблюдений исключаются все погрешности, связанные с отсчётами по кругу.

В азимутальных способах для определения широты теодолит необходимо устанавливать в первом вертикале, а для определения долготы (времени) теодолит устанавливают в меридиане.

С учётом всех методик измерений Z и A , а также на основании выгоднейших условий наблюдений разрабатываются различные способы астрономических определений географических координат и азимута направления.

При обосновании способов геодезической астрономии должно соблюдаться правило: *наибольшей точности определений достигают не посредством большого числа наблюдений, а посредством малого числа наблюдений, точных во всех их элементах.*

ГЛАВА 2. АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ

Способы определения широты, времени и азимута направления на земной предмет основаны на измерении зенитных расстояний светил или горизонтальных направлений на светила, а также на комбинациях этих методов: наблюдения прохождений светил через один и тот же альмукантарат или вертикал, на измерении малой разности зенитных расстояний или горизонтальных углов и т.д.

Многообразие методов астрономических определений, а также специфические особенности каждого из них привели к созданию ряда специализированных астрономических приборов. Различают следующие виды полевых астрономических приборов:

- астрономический теодолит;
- зенит-телескоп;
- призмённая астролыбия;
- пассажный инструмент.

Для приближённых астрономических определений применяются теодолиты средней и малой точности, а в мореходной и авиационной астрономии – секстанты. Необходимым прибором для астрономических наблюдений является

хронометр или точные часы, по которым фиксируют моменты наблюдения светил.

§ 2.1 Астрономические теодолиты

Наибольшее применение в практике геодезической астрономии имеет астрономический теодолит. Он предназначен для точных измерений горизонтальных направлений и зенитных расстояний светил, а также может применяться для наблюдения прохождений светил через один и тот же альмукантарат и через один и тот же вертикал. С помощью окулярного микрометра труды теодолита можно измерять малые разности зенитных расстояний и малые разности азимутов.

Таким образом, с помощью астрономического теодолита можно производить определения широты, времени и азимута направления всеми известными способами астрономических определений.

Специфическими особенностями астрономического теодолита по сравнению с точными геодезическими угломерными приборами являются:

1) ломаная центральная труба, что позволяет наблюдать светило на любых зенитных расстояниях;

2) улучшенная оптика;

3) наличие точных уровней (три точных уровня): накладной (подвесной) на горизонтальную ось трубы теодолита – для определения её наклона при измерении горизонтальных направлений; накладно на раму микроскопов вертикального круга при измерении зенитных расстояний и скрепляющийся с горизонтальной осью трубы (талькоттовский уровень) – для фиксации малых изменений положения трубы по высоте при наблюдениях способами равных высот или способом Талькотта;

4) сетка нитей, состоящая из 7-9 равноотстоящих параллельных нитей и перпендикулярного к ним подвижного биссектора окулярного микрометра; коробка окулярного микрометра вместе со всеми нитями может поворачиваться на угол 90° ;

5) электроосвещение поля зрения трубы и микроскоп-микрометров горизонтального и вертикального кругов для производства ночных наблюдений;

6) приборы для полуавтоматических (или автоматических) наблюдений моментов прохождения звёзд (контактный микрометр).

Для производства астрономических определений на пунктах ГГС в нашей ДКМ-3А и др.

Для астрономических определений широты, долготы и азимута на пунктах специального назначения, а также для приближённых определений пунктов в экспедиционных условиях обычно применяют портативные и удобные в работе оптические теодолиты, которые снабжаются дополнительным комплектом деталей и приборов, позволяющих использовать эти приборы для астрономических определений.

Астрономический теодолит АУ 2"/10"

Астрономический теодолит (рис. 2.1) предназначен для определения широт, долгот и азимутов на пунктах геодезической сети 1 и классов.

Главная труба теодолита – центральная, ломаная. Объектив – двухлинзовый, просветлённый. Фокусное расстояние объектива 450 мм, диаметр свободного отверстия 55 мм, разрешающая способность 2.6". Сменные окуляры с фокусными расстояниями 10 и 8 мм дают увеличение главной трубы 45 и 56[×]. После зрения трубы равно 54'.

Ось вращения трубы (горизонтальная ось теодолита) в центральной части имеет утолщение в форме куба. Внутри этого куба помещена трёхгранная стеклянная призма полного внутреннего отражения. Одна грань призмы обращена к объективу, другая – к окулярному концу трубы. Пучок света от светила проходит через объектив, падает на призму и, отразившись от её гипотенузной грани, поворачивает в сторону окуляра. Предмет в поле зрения трубы изображается так, что верх оказывается внизу, правая сторона остаётся справа, а левая – слева. Для установки грани призмы перпендикулярно к оптической оси трубы в кубе имеются два юстировочных винта, заворачиваемых в оправу призмы.

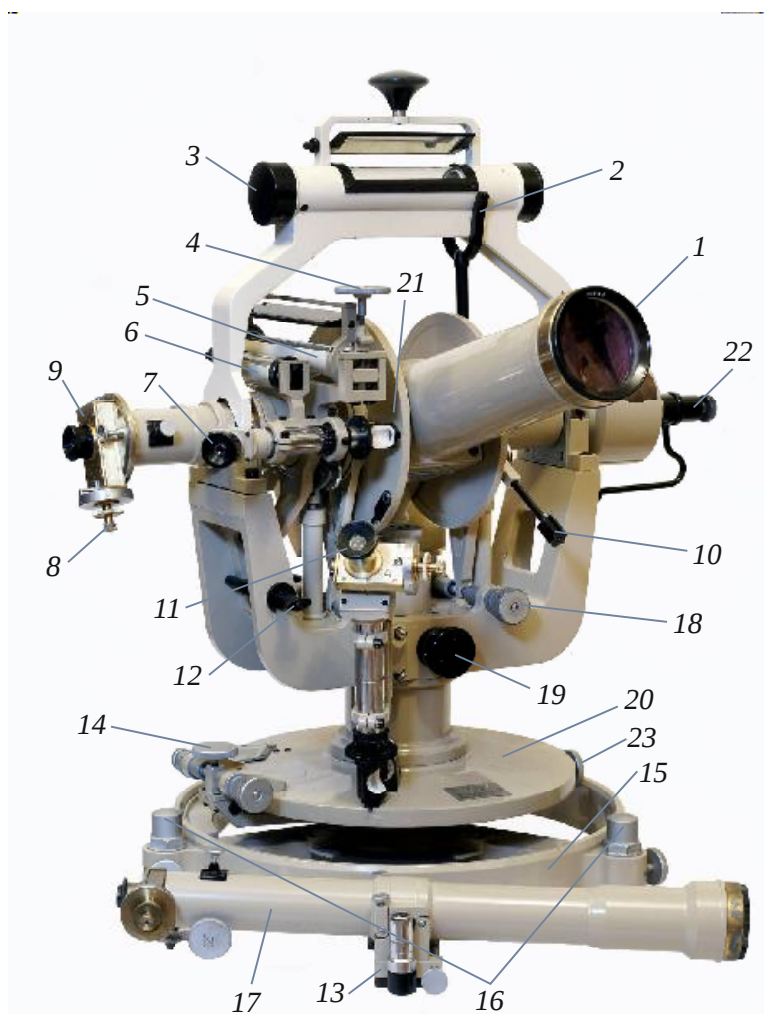


Рис. 2.1. Астрономический теодолит АУ 2"/10"

1 - главная труба; 2 - поддерживающая стойка накладного уровня; 3 - уровень накладной на горизонтальную ось; 4 - элевационный винт талькоттовского уровня; 5 - талькоттовский уровень; 6 - уровень алидады вертикального уровня; 7 - микроскоп вертикального круга; 8 - головка контактного микрометра; 9 - контактный микрометр; 10 - закрепительный винт трубы; 11 - микроскопы-микрометры горизонтального круга; 12 - закрепительный стопор вертикального круга; 14 - закрепительный винт алидады; 15 - подставка; 16 - подъёмные винты; 17 - поверительная труба; 18 - микрометрический винт вертикального круга; 19 - подсветка; 20 - кожух горизонтального круга; 21 - кожух вертикального круга; 22 - подсветка; 23 - перестановка лимба

Освещение поля зрения трубы производится от лампочки, устанавливаемой в противовесном конце оси. В окуляр свет попадает через маленькую призму, укрепленную на гипотенузной грани поворачивающей призмы.

Фокусировка трубы производится вручную, путём перемещения окулярного колена. Пределы фокусировки – от 5 м до бесконечности.

Диаметры цапф горизонтальной оси равны 40 мм. Длина оси между рабочими сечениями цапф составляет 252 мм. Для разгрузки рабочих лагер на подставке трубы имеются регулируемые ложные лагеры с опорными роликами. Регулировкой пружин ложных лагер достигают равномерного давления трубы на каждую рабочую ларегу.

Фасеты рабочих лагер имеют плоскую или цилиндрическую форму.

Окулярный микрометр главной трубы обычной конструкции. Сетка нитей состоит из семи неподвижных паутиновых нитей, натянутых на колодке, и трёх перпендикулярных к ним, натянутых на подвижной каретке. Среднее расстояние между неподвижными нитями около 90". Две из подвижных нитей представляют собой биссектор. Угловое расстояние между нитями биссектора составляет 25 – 30". Третья подвижная нить – одиночная. Она отстоит от ближайшей нити биссектора на расстоянии примерно одного оборота головки окулярного микрометра (около 115"). Головка микрометра разделена на 100 делений. Коробку микрометра вместе с сеткой нитей можно поворачивать на 90°.

Для определения наклона горизонтальной оси на её цапфы устанавливают *накладной уровень 3*, который поддерживается на ней специальной вилкой 2. Цена деления 2 – 2.5" на 2 мм шкалы.

Неравенство подставок трубы может быть исправлено двумя юстировочными винтами, расположенными на одной из подставок.

Талькоттовский уровень 5 скрепляется с горизонтальной осью посредством хомутика, снабжённого закрепительным винтом. Цена деления уровня 1.2 – 2.0" на 2 мм шкалы. Уровень снабжён элевационным винтом для приведения пузырька уровня на середину.

Вертикальная ось теодолита коническая, с опорой вверху (рис. 2.2). Верхняя (опорная) часть оси имеет шаровую поверхность. На этой поверхности покоится промежуточная подушка, имеющая снизу коническую выточку, а сверху плоскость, на которую опирается регулировочный винт с головкой-грибком. Ограничительная гайка, навинченная на вертикальную ось ниже шаровой поверхности, предохраняет баксу от разъединения с осью.

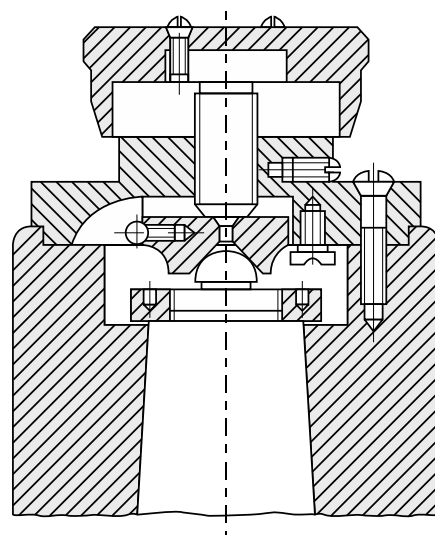


Рис. 2.2 Вертикальная ось теодолита АУ 2"/10"

Лимб горизонтального круга диаметром 220 мм разделён через 5'. Подписи делений нанесены по часовой стрелке. Кроме основного кольца делений, имеется дополнительное кольцо, разделённое через 1°, с надписями через 10°. Дополнительное кольцо служит для установки верхней части теодолита по азимуту невооружённым глазом с точностью до 1° по индексу, расположенному в окне кожуха алидады. Индекс можно перемещать в небольших пределах, для чего необходимо ослабить винты его крепления. Перемещением индекса устанавливают соответствие отсчётов по микроскопам-микрометрам отсчёту по индексу.

Горизонтальный круг можно переставлять с помощью стержня с конической шестернёй, вводимой в зацепление с кольцевой рейкой.

Сделав установку, круг закрепляют закрепительным винтом. Горизонтальный круг закрыт защитным кожухом алидады. Отсчёты по горизонтальному лимбу производятся с помощью микроскопов-микрометров 11 (см. рис. 2.1). Трубки микроскопов-микрометров ломаные, имеют увеличение $49\times$ и цену деления головки 2". Наименьший интервал лимба 5' равен 2.5 оборотам винта микрометра. На подвижной каретке микроскопа-микрометра натянуты два биссектора, расстояние между которыми равно двум оборотам наводящего винта. Отсчёт числа оборотов винта производится гребёнке, укрепленной на колодке и види-

мой в поле зрения микроскопа-микрометра. При юстировке микроскопа-микрометра гребёнку можно перемещать с помощью гайки, находящейся на боковой стенке коробки микрометра.

Вертикальный лимб диаметром 135 мм имеет наименьшее деление 5'. Градусные деления подписаны по часовой стрелке. На алидаде вертикального круга укреплены отсчётные микроскопы с верньерными шкалами. Шкала с номинальной точностью отсчёта 10" подписана от 0 до 30 через каждые 5 делений. Увеличение микроскопов $28\times$. Вертикальный круг закрыт защитным кожухом 21 (см. рис. 2.1), в котором имеются два круглых отверстия для отсчётов по лимбу. На раме микроскопов вертикального круга 7 укреплен уровень с ценой деления, равной примерно 8". Уровень имеет исправительные винты для исправления места зенита.

Поверительная труба – прямая, используется при наблюдениях азимута со столика геодезического знака. Свободное отверстие объектива 36 мм, фокусное расстояние 360 мм. Увеличение поверительной трубы $30\times$. Цена оборота окулярного микрометра равна примерно 140". Поверительная труба закрепляется в лагерах специальной каретки, которая может перемещаться по азимуту в пределах сектора между двумя подъемными винтами. К комплекту теодолита может прилагаться рамный уровень конструкции Л.Б. Мещанского. Обычный накладной уровень позволяет поднимать трубу до зенитного расстояния $17 - 20^\circ$. С рамным уровнем Мещанского можно производить азимутальные наблюдения светил на зенитных расстояниях от 0 до 52° .

Астрономический теодолит У5

Астрономический теодолит У5 (рис. 2.3) разрешается применять для определения широты и времени на пунктах астрономо-геодезической сети 1 и 2 классов способами, основанными на принципе равных высот, а также для определения широты способом Талькотта.

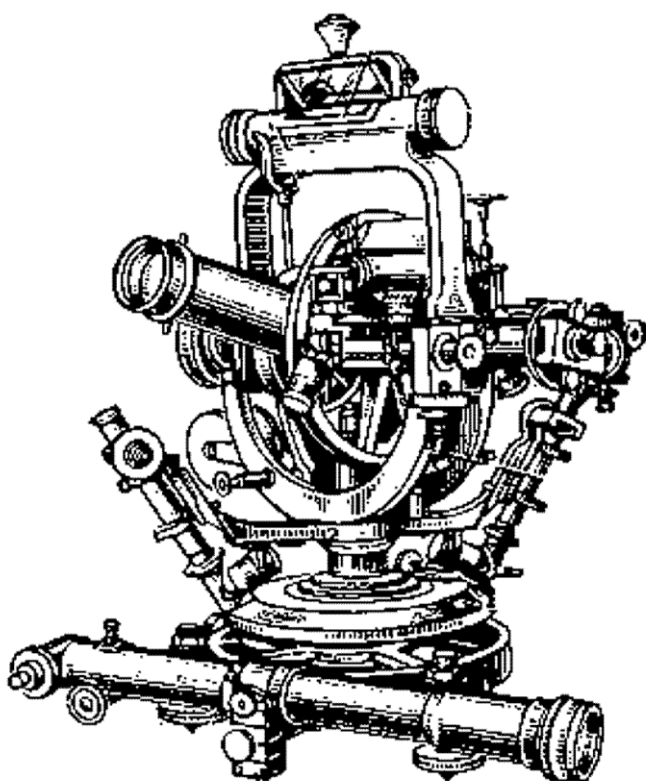


Рис. 2.3. Астрономический теодолит У5

Для определения азимута направления на земной предмет, широты по измеренным зенитным расстояниям звёзд, а также времени азимутальными способами применять универсальный теодолит У5 не разрешается.

Ниже приведена основная характеристика универсального теодолита У5.

Главная труба – центральная, ломанная. Диаметр свободного отверстия 40 мм, а его фокусное расстояние 374 мм; разрешающая способность

3.5". Два сменных окуляра с фокусными расстояниями 9 и 12 мм дают, соответственно, увеличение 41 и 31[×]. Выходные зрачки окуляров 1.3 и 1.0 мм; поле зрения трубы 55'.

Окулярный микрометр имеет такую же конструкцию, как в АУ 2"/10". Сетка нитей состоит из девяти неподвижных равноотстоящих нитей с расстоянием между ними порядка 90" и подвижного биссектора с расстоянием между нитями 36". Нити биссектора, натянутые на подвижной каретке, перпендикулярны к неподвижным нитям. Головка окулярного микрометра составляет примерно 135 – 140". Коробка окулярного микрометра может быть повернута вместе с сеткой нитей на 90°.

Длина горизонтальной оси между рабочими сечениями цапф равна 182 мм. Диаметр цапф 28 мм. На ось устанавливается накладной уровень с ценой деления 4 – 5" на 2 мм. Минимальное зенитное расстояние главной трубы при установленном накладном уровне равно 17°.

Вертикальная ось – коническая с опорой вверху в виде шлифованной плоскости, в которую непосредственно упирается нижняя тоже шлифованная плоскость регулировочного винта-грибка.

Диаметр колец делений горизонтального и вертикального лимбов одинаковы и равны 175 мм. Деления нанесены через 10'. Надписи на лимбах через 1° по часовой стрелке. Горизонтальный круг лежит свободно на выступе основания вертикальной оси. Перестановка его осуществляется рукой. Кроме основного кольца делений имеется дополнительное кольцо с градусными делениями.

Микроскопы-микрометры горизонтального и вертикального круга – прямые с увеличением 32[×]. Головки микрометров разделены на 60 делений. Цена одного деления 5". В наименьшем интервале лимба укладывается два оборота винта микрометра.

Накладной уровень с ценой деления около 3" устанавливается на раму микроскопов вертикального круга.

Талькоттовский уровень крепится к горизонтальной оси, цена деления уровня 1.5 – 2.5".

Поверительная труба для астрономических определений широты и времени не используется.

В комплект теодолита входит контактный микрометр такой же конструкции как АУ 2"/10".

Астрономический теодолит Вильд Т-4

Астрономический теодолит Вильд Т-4 (рис. 2.4) предназначается для высокоточных геодезических и астрономических наблюдений на пунктах астрономо-геодезической сети.

Зрительная труба теодолита – центральная, ломаная, с просветлённой оптикой. Свободное отверстие объектива 60 мм, фокусное расстояние 550 мм, увеличение 65[×]. Окулярный микрометр имеет контактное устройство для регистрации моментов прохождений звёзд с записью моментов регистрации на ленте хронографа. Коробка микрометра может быть повернута на 90°.



Рис. 2.4. Астрономический теодолит Вильд Т-4

Горизонтальная ось состоит из двух полуосей. Цапфы горизонтальной оси, изготовленные из легированной, стали, имеют диаметр 40 мм. Длина горизонтальной оси между рабочими сечениями цапф составляет 350 мм.

Вертикальная ось – цилиндрическая с коническим верхним шарикоподшипником. Система вертикальной оси обеспечивает плавное и точное вращение верхней части теодолита без дополнительных регулировок при любой температуре воздуха.

Горизонтальный и вертикальный круги – стеклянные, разбивка делений лимбов произведена в градусной мере. Диаметр кольца делений горизонтального лимба 250 мм. Диаметр кольца делений вертикального лимба 145 мм. Цена наименьшего деления горизонтального лимба 2', а вертикального 4'.

Отсчёты по лимбам выполняются при помощи оптических микрометров с двумя плоскопараллельными пластинками. Микрометры отдельные для горизонтального и вертикального лимбов. Оптический микрометр горизонтального лимба имеет откидывающуюся окулярную трубку. Отсчёты горизонтального и вертикального лимбов производятся по принципу совмещения с автоматическим образованием среднего отсчёта (принцип конциденциального отсчитывания).

Визирование на наблюдаемый объект и отсчёт по горизонтальному лимбу производятся наблюдателем не сходя с места. Такая система отсчёта значительно убыстряет процесс наблюдений по сравнению с отсчитыванием по двум микроскопам-микрометрам. Цена деления оптического микрометра горизонтального лимба составляет $1''$, а вертикального $2''$.

Рядом с окулярным микрометром имеется установочный круг (круг-искатель) для установки трубы по высоте с точностью $1'$. Наличие такого круга-искателя также существенно убыстряет процесс наблюдений.

Теодолит имеет подвесной уровень на горизонтальную ось с ценой деления $1''$ на 2 мм. Подвесной уровень обеспечивает определение наклона горизонтальной оси при любом положении трубы по зенитному расстоянию.

Талькоттовский уровень представляет собой систему из двух спаренных ампул с параллельными осями. Цены делений талькоттовских уровней $1 - 2''$.

Уровень при вертикальном круге – контактный. Электроосвещение обеспечивает подсветку делений горизонтального и вертикального лимбов, поля зрения трубы и делений лимба искателя.

Астрономический теодолит ДКМ-3А

Астрономический теодолит ДКМ-3А (рис. 2.5), изготавливаемый швейцарской фирмой Керн-Аррау, является астрономическим вариантом высокоточного теодолита ДКМ-3. Он предназначен для точных астрономических определений широты, долготы и азимута.

Особенности астрономического теодолита ДКМ-3А являются: короткая зеркально-линзовая ломаная зрительная труба, двойные лимбы, оригинальная система горизонтирования теодолита, а также новые системы вертикальной оси и отсчётам по лимбам.

Зрительная труба теодолита зеркально-линзовая, ломаная, центральная. Лучи от предмета проходят через двухлинзовую систему объектива, отражаются

от вогнутого сферического зеркала и падают на гипотенузную грань центральной призмы, отразившись от неё, лучи идут ко второму вогнутому зеркалу, отражаются от него, проходят фокусирующую линзу и дают прямое изображение в плоскости сетки нитей контактного микрометра. Изображение предмета и сетка нитей рассматриваются через окуляр. Фокусирование зрительной трубы осуществляется перемещением фокусирующей линзы.

Труба имеет отверстие объектива 72 мм, фокусное расстояние 510 мм, увеличение трубы 46 и 27[×].



Рис. 2.5. Астрономический теодолит ДКМ-3А

Высокое качество зеркал и линз оптической системы, большое свободное отверстие объектива и большое фокусное расстояние, конструктивные особенности системы, обеспечивающие малые потери света и большую контрастность изображения – всё это позволяет наблюдать теодолитом ДКМ-3А звёзды до 5-й звёздной величины в сумерки, а до 2-й звёздной величины – в полдень при свете яркого Солнца на угловом удалении от него свыше 30°. Возможность дневных астрономических наблюдений звёзд в средних широтах имеет большое и важное значение при определениях астрономических пунктов специального назначения.

Вертикальная ось теодолита выполнена в виде прецизионного шарикоподшипника, причём диаметр кольца подшипника равен диаметру алидадной части теодолита. Благодаря тщательному отбору комплекта шариков, оптической точности шлифовки поверхности их качения и большому радиусу кольца шарикоподшипника обеспечивается высокая стабильность системы вертикальной оси и правильность вращения верхней части прибора.

Подобная система вертикальной оси нечувствительна к изменению температуры и смазки, а также позволяет существенно уменьшить высоту прибора и обеспечивать его устойчивость при сравнительно небольшой массе.

Горизонтальный и вертикальный круги – стеклянные, имеют по два концентрических ряда делений, нанесённых через 10'. На внутренних делениях нанесены двойные штрихи, на внешних – одинарные. На основании тщательных исследований погрешностей диаметров, внутренний и внешний ряд делений взаимно ориентируются таким образом, что суммарные погрешности одноимённых диаметров близки к нулю. Таким образом, применение двух концентрических рядов делений существенно уменьшает периодические погрешности диаметров лимбов.

Отсчёты по лимбам производятся с помощью оптического микрометра. В поле зрения микроскопа оптического микрометра одновременно видны деления вертикального *V* и горизонтального *H* лимбов и шкала оптического микрометра.

Микроскоп оптического микрометра не связан с трубой теодолита и поэтому остаётся неподвижным при вращении трубы по высоте. Благодаря чему деления лимбов при любой установке зрительной трубы рассматриваются в одном и том же положении, что повышает точность измерения горизонтальных и вертикальных углов при больших наклонах визирного луча.

В теодолите ДКМ-3А, в отличие от других теодолитов, *оси подъёмных винтов* расположены горизонтально. Вследствие этого резьба подъёмных винтов не испытывает нагрузки и винты не изнашиваются. Вертикальное перемещение прибора происходит с помощью эксцентриков, укреплённых на концах подъёмных винтов. Обеспечивая высокую устойчивость прибора, эта система ограничивает диапазон вертикального перемещения и поэтому необходимо выполнять предварительное горизонтирование и центрирование штатива или центрировочной плиты, на которую устанавливают теодолит.

Грубое горизонтирование осуществляется перемещением верхней части подставки по сферической поверхности нижней части подставки и контролируется по круглому уровню. После этого верхняя часть подставки жёстко скрепляется с нижней зажимной гайкой.

Последующее горизонтирование производится с помощью эксцентриков подъёмных винтов по уровню при алидаде горизонтального круга ($\tau = 10''$) и уровня накладного на горизонтальную ось с ценой деления $\tau = 2''$ на 2 мм. Накладной уровень ставится только в одно положение и не перекладывается на горизонтальной оси. При измерениях горизонтальных направлений по отсчётам уровня выводится величина среднего наклона горизонтальной оси для положений теодолита при КП и КЛ. Вследствие малого размера трубы перевод её через зенит возможен без снятия уровня.

Талькоттовский уровень ($\tau = 2''$ на 2 мм) закрепляется на конце горизонтальной оси вместо противовеса и позволяет регистрировать малые перемещения зрительной трубы по зенитному расстоянию. Уровень Талькотта состоит из двух ампул, отличающихся оцифровкой шкал (0 – 40 и 100 – 140) и снабжён элевационным винтом.

Теодолит ДКМ-3А снабжён контактным микрометром с позиционным устройством. С помощью электрического шнура микрометр подключается к хронографу.

Сетка нитей, состоящая из системы неподвижных и подвижных нитей, может поворачиваться путём вращения всего микрометра вокруг оптической оси на любой угол в пределах 90° .

При наблюдениях обычно используются два крайних ортогональных положения, соответствующих горизонтальному или вертикальному положению подвижных нитей сетки. Эти положения зафиксированы специальными упорами.

Биссектор или одиночная нить подвижной сетки (рис. 2.6, *а*) используют при наблюдениях с контактным устройством микрометра, с автоматической записью моментов наблюдений на ленте хронографа; пять параллельных нитей неподвижной сетки (рис. 2.6, *б*) для наблюдения прохождений звёзд методами «глаз – ухо» или «глаз – клавиша». Для исключения из результатов наблюдений возможного

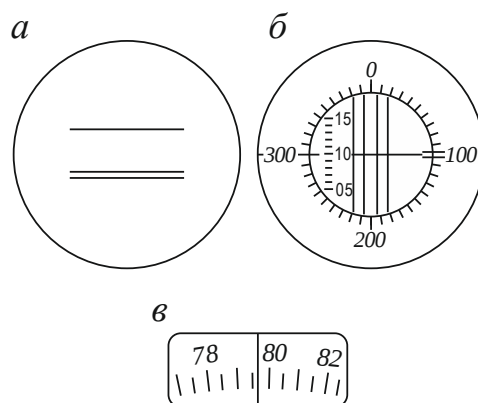


Рис. 2.6. Сетка нитей микрометра

остаточного наклона подвижной нити необходимо изображение звезды пропускают через центр поля зрения трубы. Для этой цели в контактном микрометре теодолита ДКМ-3А имеется позиционное устройство, выполненное в виде круга позиционных углов на неподвижной сетке нитей (см. рис. 2.6, *б*). Для того чтобы изображение звезды пропустить через центр поля зрения трубы, достаточно развернуть верхнюю часть теодолита по азимуту, а трубу по высоте так, чтобы изображение звезды пересекло круговую шкалу позиционного устройства под углом к горизонтальной нити, равным параллактическому углу светила. Контактный микрометр работает на десяти рабочих оборотах винта. Счёт целых оборотов производится по шкале, нанесённой на неподвижной сетке нитей (см. рис. 2.6, *б*). Оцифровка шкалы произведена от 5 до 15 оборотов с отсчётом в нуль-пункте, равным 10 оборотам. Доли оборота винта контактного микрометра отсчитываются по шкале контактного микрометра (рис. 2.6, *в*), рассматриваемой через лупу, расположенную рядом с окуляром зрительной трубы. Шкала контактного микрометра имеет 120 делений. Цена одного оборота равна примерно 115".

Конструкция астрономического теодолита ДКМ-3А не предусматривает никаких юстировок в полевых условиях, кроме исправлений уровней.

§ 2.2 Приборы для измерения и регистрации времени

Астрономические определения географических координат и азимута из наблюдений светил, непрерывно меняющих своё видимое положение в пространстве вследствие суточного вращения Земли, производится в определённой системе счёта времени. Практически эта система осуществляется с помощью специальных приборов измерения времени.

Для точных астрономических определений в стационарных условиях обсерваторий используются атомные часы взамен менее совершенных маятниковых.

В полевых условиях при определении координат на пунктах Лапласа применяют механические хронометры.

Хронометры



Рис. 2.7. Морской (столовый) хронометр

Хронометром (рис. 2.7) называется прибор, предназначенный для точного измерения времени. Он был изобретён английским изобретателем, часовщиком Гаррисоном в 1736 г. До настоящего времени, за почти 300 лет, изменились внешний вид и качество изготовления отдельных деталей, однако принципиальная схема хронометра осталась неизменной.

Основными частями хронометра являются: регулятор или маятник, передаточный механизм, счётчик, двигатель и контактное устройство.

1) регулятором является баланси́р, качающийся вокруг вертикальной оси под действием баланси́рной пружины, один конец которой прикреплён к корпусу хронометра, а другой – к оси баланси́ра;

2) передаточный механизм предназначен для передачи изохронных колебаний регулятора храповому колесу и для передачи балансиру импульсов, поддерживающих его качание;

3) счётчик представляет собой систему колёс, отсчитывающую колебания балансира и фиксирующую их с помощью секундной, минутной и часовой стрелок циферблата;

4) двигатель хронометра предназначен преодолевать трение и сопротивление системы колёс и поддерживать колебательное движение балансира;

5) контактное устройство хронометра предназначено для автоматической регистрации моментов времени при наблюдении светил.

Сейчас хронометр применяется редко, только в качестве резервного навигационного средства, так как на его замену пришли более точные приборы: часы со стабилизацией хода кварцевыми резонаторами; точные радиосигналы от радиостанций; системы глобального позиционирования.

Регулятор (маятник)

Регулятором является балансир, качающийся вокруг вертикальной оси OO' под действием балансирной пружины, один конец которой прикреплен к корпусу хронометра, а другой – к оси балансира. Принципиальная схема балансира показана на рис. 2.8.

Размахи балансира имеют равную продолжительность, и он собственно является измерителем времени; остальной механизм хронометра служит для поддержания колебаний балансира и счёта их.

Период колебания балансира определяется формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{K}}, \quad (2.1)$$

где I – момент инерции балансира; K – упругая сила пружины балансира.

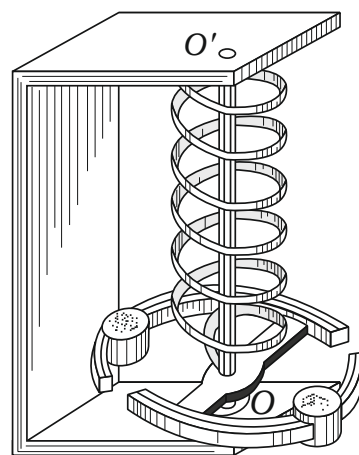


Рис. 2.8. Принципиальная схема балансира

Момент инерции балансира может быть найден по известной формуле

$$I = \frac{Pr^2}{g}, \quad (2.2)$$

где P – масса балансира; r – радиус инерции; g – ускорение силы тяжести.

Упругая сила пружины балансира определяется из выражения

$$K = \frac{El^2d}{12L}, \quad (2.3)$$

где E – модуль упругости материала пружины; d , l и L – соответственно ширина, толщина и длина пружины.

Из формулы (2.1) следует, что теоретически балансир изохронен, т.е. период его колебания не зависит от величины амплитуды.

Размеры пружины и самого балансира рассчитаны таким образом, чтобы амплитуда колебаний составляла $300 - 400^\circ$, а полупериод колебаний – 25^s .

С изменением температуры изменяется большая часть параметров, от которых зависит период колебаний балансира: длина и сила упругости балансирной пружины, размеры самого балансира и его момент инерции.

Ход хронометра будет независимым от изменения температуры в том случае, если использовать компенсационный балансир, обладающий автоматической температурной компенсацией.

Спуск (передаточный механизм)

Спуск предназначен для передачи изохронных колебаний регулятора последнему из колёс счётчика (храповому колесу), движение которого под действием балансира происходит скачкообразно. Кроме того, назначение спуска – тормозить движение колёсного механизма и передавать балансиру импульсы для поддержания его качания. Хронометры имеют конструкцию так называемого свободного спуска с «пружиной покоя».

За период колебания балансира спусковое колесо поворачивается на один зубец, что составляет 5^s .

Счётчик

Счётчик представляет собой систему колёс, отсчитывающую колебания балансира и фиксирующую их с помощью секундной, минутной и часовой стрелок циферблата.

Двигатель

Двигатель хронометра предназначен преодолевать трение и сопротивление системы колёс и поддерживать колебательное движение балансира.

Двигатель хронометра состоит из тонкой стальной пружины, закрученной в спираль, один конец которой прикреплён к неподвижной оси барабана, а другой – к его внутренней поверхности.

На наружную поверхность барабана намотана цепочка Галля, которая одним концом укреплена на барабане, а другим – на основании конуса улитки, называемой фюзеем.

При заводе хронометра ключ вставляется на конец оси фюзеля и вращается против часовой стрелки, при этом цепочка Галля наматывается в начале завода на нижнюю часть фюзеля, а в конце завода – на верхнюю.

В процессе хода хронометра цепочка сматывается с фюзеля на барабан; при этом наибольшая сила пружины приходится на тот период, когда цепочка намотана на узкую часть фюзеля и требуется наибольшая сила для его поворота; по мере того как сила пружины ослабевает, она действует на более широкие части фюзеля и потому он вращается всё время равномерно, обеспечивая правильность хода хронометра.

Для приведения в движение механизма заведённого хронометра нужно сообщить ему лёгкий импульс, чтобы балансир совершил своё первое колебание и освободил при этом спусковое колесо.

Контактное устройство

Контактное устройство хронометра предназначено для замыкания и размыкания электрической цепи регистрирующего устройства в моменты, кратные полусекундам хронометра.

Ход хронометра может быть отрегулирован как по звёздному, так и по среднему времени. В первом случае хронометр называется звёздным, во втором – средним.

Правила обращения с хронометром

Хронометр – точный астрономический прибор, от качества которого во многом зависят качество и точность астрономических определений географических координат и азимута направления.

Как и любой точный прибор, хронометр требует тщательного ухода и бережного обращения. При работе с ним следует соблюдать следующие правила.

При переноске следует оберегать хронометр от толчков и резких поворотов, так как при неосторожных движениях балансир может получить такой размах, что спусковое колесо перескочит через один-два зубца и в показаниях хронометра будет потеряна половина или целая секунда. Нужно следить, чтобы циферблат хронометра всегда имел горизонтальное положение.

Перевозить хронометр нужно в специальных амортизированных ящиках с мягкой обивкой внутри. Необходимо принимать все возможные меры к тому, чтобы при перевозках не было сильных толчков, тряски и ударов. На время переездов останавливать хронометры не рекомендуется.

При работе заводить хронометр нужно ежедневно в один и тот же час. Работа на одних и тех же частях пружины двигателя обеспечивает наибольшее постоянство хода. Без нужды не следует переставлять стрелки, а двигать их против хода категорически запрещено.

Не следует без необходимости обнажать механизм хронометра, так как при этом возможно попадание пыли, что влечёт за собой сгущение смазки.

Имея в виду, что компенсация хронометра достигается в пределах температур от 0 до 40° С, следует всячески предохранять его от продолжительного воздействия холода и солнечных лучей. При сгущении смазки под действием холода хронометр вообще может остановиться. Всякое резкое изменение температуры ведёт к значительным колебаниям хода.

Для обеспечения длительной работы хронометра следует менять смазку каждые 2-3 года.

§ 2.3 Служба времени

Термин «служба времени» имеет два значения: во-первых, это совокупность всех работ, связанных с определением, хранением и распространением точного времени; во-вторых, так называются специальные лаборатории, которые практически выполняют эти работы. Службы времени являются научными лабораториями астрономических обсерваторий, высших учебных заведений и научно-исследовательских институтов. Поэтому наряду с выполнением программных работ службы времени ведут исследования методов и инструментов, используемых для определения, хранения и распространения точного времени, а также занимаются изучением актуальных научных проблем, связанных с измерением времени. К таким научным задачам относятся: вопрос о неравномерности вращения Земли вокруг оси; вопрос о стабильности географических долгот точек земной поверхности и определение скорости распространения радиоволн.

Долгота определяемого пункта относительно начального (исходного) пункта численно равняется разности одноимённых времён, определённых в этих пунктах одновременно или приведённых к одному и тому же моменту с помощью известных ходов хронометров, т.е.

$$\lambda = s - S = m - UT. \quad (2.4)$$

Время s или m на определяемом пункте устанавливается из соответствующих наблюдений светил с помощью рабочих часов или хронометра и астрономического теодолита. Время начального (исходного) пункта первоначально определялось из наблюдений моментов таких небесных явлений, которые можно было считать одновременными для всех точек земной поверхности. К подобным явлениям относятся: затмения Солнца, Луны, спутников некоторых планет, покрытие звёзд Луной, численные значения угловых расстояний между Луной и звёздами и т.п.

Все указанные явления заранее предвычислялись во времени начального меридиана. На определяемом пункте с помощью рабочих часов (хронометров), поправка которых относительно местного времени известна, производилось наблюдение этих явлений. Сравнение наблюдаемого момента данного явления в системе местного времени с заранее предвычисленным моментом в системе времени начального меридиана позволяло вычислить долготу определяемого пункта относительно начального.

Предвычисление моментов указанных небесных явлений в системе времени начального меридиана и составление информационных таблиц послужило началом появления службы времени, которая решала задачу определения времени начального меридиана для некоторых отдельных явлений и задачу передачи информации об этих явлениях.

После изобретения хронометра и до изобретения проводного телеграфа задача воспроизведения и хранения времени начального меридиана решалась путём передачи времени начального меридиана на определяемые пункты с помощью высокоточных хронометров.

Изобретение проводного телеграфа позволило существенно изменить методику определения долгот пунктов, которые можно было связать проводной связью с исходным пунктом.

Вскоре после изобретения в 1859 г. А.С. Поповым радио многие обсерватории начали регулярные передачи сигналов времени по радио. В 1912 г. Международная Парижская конференция впервые широко обобщила опыт передачи времени по радио и учредила орган для координации работ по определению, хранению и распространению точного времени – Международное бюро времени (МБВ).

Основным содержанием деятельности МБВ являлось: передача радиосигналов точного времени; приём радиосигналов точного времени, передаваемых национальными службами времени; совместная обработка результатов астрономических наблюдений времени, поступающих от национальных обсерваторий;

издание бюллетеней окончательного времени моментов передачи радиосигналов времени в системе УТО.

В нашей стране служба времени включает 12 пунктов. Государственная служба времени, частоты и определения параметров вращения Земли (ГСВЧ) координирует деятельность систем технических средств и организаций по обеспечению потребностей страны в узаконенной информации о точном времени, эталонных частотах и параметрах вращения Земли. Общее руководство деятельностью ГСВЧ РФ осуществляет Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии (Росстандарт). Научное, методическое и оперативное обеспечение работы ГСВЧ РФ осуществляет Главный метрологический центр (ГМЦ), функции которого возложены на структурное подразделение ФГУП «ВНИИФТРИ» – ГМЦ ГСВЧ (НИО-7).

К задачам ГСВЧ РФ относятся:

- осуществление научно-технической деятельности по обеспечению непрерывного функционирования и развития технических средств и систем Государственной службы времени и частоты;
- воспроизведение и хранение размеров единиц времени – секунды, частоты – герца и национальной шкалы времени Российской Федерации на основе эталонов, используемых Государственной службой времени и частоты;
- определение и прогнозирование абсолютных значений всемирного времени (UT1), координат полюсов Земли (X, Y) и приращения длительности суток на основе информации, полученной на пунктах наблюдения за параметрами вращения Земли;
- непрерывное обеспечение потребностей страны в эталонных сигналах частоты и времени по радио- и телевизионным каналам, спутниковым навигационным системам, а также в информации о параметрах вращения Земли по согласованным каналам связи;

- метрологический контроль эталонных сигналов частоты и времени, передаваемых российскими и иностранными техническими средствами и системами;
- обеспечение потребителей справочными данными Государственной службы времени и частоты;
- анализ и прогнозирование требований к характеристикам эталонных сигналов частоты и времени, параметров вращения Земли, передаваемых Государственной службой времени и частоты, а также к оперативности их доведения до потребителей;
- участие в международном сотрудничестве, представление интересов страны по вопросам Государственной службы времени и частоты в международных организациях и реализация международных договоров Российской Федерации в области единства измерений времени, частоты и параметров вращения Земли;
- организационно-методическое руководство и координация работ в области обеспечения единства измерений времени, частоты и параметров вращения Земли;
- содержание специализированных зданий, сооружений, систем энергообеспечения, систем прецизионного кондиционирования, средств защиты от внешних возмущений, пожарной безопасности, средств связи и других средств инфраструктуры обеспечения бесперебойной работы ГСВЧ.

ГЛАВА 3. ЗЕНИТАЛЬНЫЕ СПОСОБЫ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ

§ 3.1 Общая теория зенитальных способов астрономических определений

Для зенитальных способов астрономических определений основным уравнением, связывающим измеряемую величину z с определяемыми значениями φ и времени s (поправки часов u), является

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \quad (3.1)$$

в котором

$$t = T + u - \alpha,$$

где T – показание хронометра в момент наблюдения светила; α – его прямое восхождение.

С помощью уравнения (3.1) по измеренным зенитным расстояниям светил можно решать задачи как совместного определения широты и времени, так и задачи их раздельного определения. Часто приближённые значения φ и u бывают известны заранее, что облегчает решение задачи точного определения этих величин.

Наиболее общей задачей зенитальных способов является задача совместного определения широты и времени по измеренным зенитным расстояниям светил.

При постановке общей задачи не накладываются какие-либо ограничивающие условия на выбор светил по зенитным расстояниям и азимутам, кроме ограничений, обусловленных влиянием систематических инструментальных и рефракционных погрешностей, а именно $10^\circ < z < 60^\circ$.

Вопросы установления выгоднейших условий наблюдений для целей совместного или раздельного определения широты и времени получают своё разрешение в результате решения общей задачи.

Принципиально решение общей задачи может быть получено не менее чем из двух уравнений (3.1). Однако в общем случае измерение зенитных расстояний светил может производиться при одном положении вертикального круга теодолита (КЛ или КП). В этом случае все измеренные зенитные расстояния светил получают дополнительную неизвестную поправку

$$\Delta z = \zeta = \text{const}$$

за неточное знание места зенита Mz и другие систематические погрешности, общие для групп звёзд, поэтому в уравнении (57) будет три неизвестных величины φ , u и ζ .

При этом условии решение общей задачи может быть получено минимум из трёх уравнений (3.1), т.е. по данным наблюдений по крайней мере трёх светил.

Так как решение системы тригонометрических уравнений (3.1) чересчур сложно, задачу можно упростить, если решить линейные уравнения поправок, пользуясь приближёнными значениями φ_0 , u_0 и M^0z .

Из выражения (3.1)

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi \quad (3.2)$$

и

$$t_i = T_{Hi} + u_0 + \Delta u + \omega(T_{Hi} - X) - \alpha_i = t_{0i} + \Delta u, \quad (3.3)$$

где

$$t_{0i} = T_{Hi} + u_0 + \omega(T_{Hi} - X) - \alpha_i, \quad (3.4)$$

разложим выражения для z , представленное формулой (3.1), в ряд Тейлора по степеням $\Delta\varphi$ и Δu . В практике астрономических определений значения $\Delta\varphi$ и Δu могут быть приняты весьма малыми. Поэтому при разложении в ряд достаточно ограничиться линейными членами, т.е.

$$z_i = z_{0i} + \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)_i \Delta\varphi + 15 \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)_i \Delta u. \quad (3.5)$$

В выражении (3.5)

$$z_{0i} = \arccos(\sin \varphi_0 \sin \delta_i + \cos \varphi_0 \cos \delta_i \cos t_{0i}) \quad (3.6)$$

– вычисленное значение зенитного расстояния с предварительными значениями φ_0 и u_0 и наблюденными моментом T_{Hi} ;

$$\left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)_i = \pm \cos A_i \quad \text{и} \quad \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_i = \pm \cos \varphi_0 \sin A_i. \quad (3.7)$$

В выражениях (3.7) знак «плюс» соответствует счёту азимута светила от точки Юга, знак «минус» – от точки Севера.

В формулах (3.2) – (3.7) имеем:

T_{Hi} – момент по хронометру наблюдения светила;

X – показание хронометра в средний момент приёма радиосигналов времени;

u_0 – поправка хронометра в момент X , полученная из обработки приёма радиосигналов с предварительной долготой пункта λ_0 ;

Δu – поправка к величине u_0 за неверно принятую долготу;

ω – часовой ход хронометра;

$(T_{Hi} - X)^h$ – промежуток времени, выраженный в часах, протекший от среднего момента приёма сигналов до момента наблюдения светила;

α_i и δ_i – видимые координаты светила, исправленные поправками за короткопериодические члены нутации.

Сравнивая значение зенитного расстояния, представленное формулой (3.5), с его измеренным значением по отсчётам вертикального круга, получим следующее уравнение поправок

$$z_{0i} + \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)_i \Delta \varphi + 15 \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_i \Delta u = z'_H + \zeta + v_i, \quad (3.8)$$

где

$$z'_H = (L'_i + i'_i) - M^0 z + \rho i + g \sin z_i$$

или

$$z'_H = M^0 z - (R'_i + i'_i) + \rho i + g \sin z_i, \quad (3.9)$$

ζ – поправка зенитного расстояния за неточно принятое место зенита; v_i – вероятнейшая поправка зенитного расстояния.

Подставив значения частных производных, получим окончательно уравнение поправок в виде

$$-\zeta \pm \cos A_i \Delta \varphi \pm 15 \cos \varphi_0 \sin A_i \Delta u + l_i = v_i, \quad (3.10)$$

где

$$l_i = z_{0i} - z'_{Hi}. \quad (3.11)$$

Для совместного определения трёх неизвестных ζ , $\Delta \varphi$ и Δu необходимо произвести измерения зенитных расстояний по крайней мере трёх светил и решить систему из трёх уравнений вида (3.10). При отсутствии избыточных измерений система уравнений (3.10) решается как система обычных линейных уравнений, в правых частях которых вместо v_i будут нули.

Если наблюдения серии звёзд располагать в промежутке между двумя приёмами радиосигналов точного времени, то в результате совместной обработки данных наблюдений и приёма радиосигналов возможно непосредственно получить значения географических координат (широты и долготы) пункта наблюдения.

Если обозначить через u поправку хронометра относительно местного звёздного времени в средний момент приёма сигналов, а через U – поправку хронометра относительно звёздного времени начального меридиана в тот же момент, то

$$\lambda = u - U. \quad (3.12)$$

Поправка хронометра U относительно гринвичского звёздного времени выводится с большой точностью из приёма радиосигналов точного времени и не зависит от долготы места наблюдений. Очевидно, $d\lambda = du$, т.е. определяемое значение поправки Δu к приближённому значению u_0 в уравнениях поправок может быть заменено равным ему значением поправки $\Delta\lambda$ к принятой при вычислениях приближённой долготе пункта λ

Уравнение поправок в этом случае имеет вид

$$-\zeta \pm \cos A_i \Delta\varphi \pm 15 \cos \varphi_0 \sin A_i \Delta\lambda + l_i = v_i. \quad (3.13)$$

В дальнейшем, в зависимости от решаемой задачи, используется уравнение (3.10) или (3.13).

Из уравнений (3.10) и (3.13) следует, что совместное определение ζ , $\Delta\varphi$ и Δu возможно только при наблюдениях светил в различных вертикалах. Если измерения зенитных расстояний светил произведены в плоскости одного вертикала, то по крайней мере в двух уравнениях из трёх коэффициенты будут пропорциональны. Определитель такой системы будет равен нулю, а сама система неразрешима.

В общем случае решение задачи совместного определения φ и $u(\lambda)$ производится по наблюдениям не трёх, а n светил.

Если произведены измерения зенитных расстояний n светил в различных вертикалах, причём $n > 3$, то для определения трёх неизвестных будем иметь избыточное число $n - 3$ уравнений.

Из решения системы n уравнений вида (3.10) или (3.13) по методу наименьших квадратов найдём вероятнейшие значения определяемых величин и можем оценить точность их вывода.

§ 3.2 Способы определения широты и долготы по измеренным зенитным расстояниям светил

Совместное определение широты и долготы по измеренным зенитным расстояниям светил в разных вертикалах (способ Сомнера – Акимова)

Общие положения

Совместные определения x и y могут быть выполнены по измеренным зенитным расстояниям светил минимум в двух вертикалах, причём для получения обеих искомых величин с равным весом ($P_x = P_y$) наблюдения светил должны выполняться либо при равномерном их расположении по азимутам, либо в плоскостях двух любых взаимно перпендикулярных вертикалов симметрично относительно зенита. Теория способа совместного определения x и y (φ и λ или ξ и η) по измеренным зенитным расстояниям n светил в различных вертикалах является теорией наиболее общей задачи зенитальных способов астрономических определений.

Сущность данного способа состоит в следующем. Измеряются зенитные расстояния n светил ($n \geq 3$), равномерно расположенных по азимутам. Зенитные расстояния светил рекомендуется выбирать в пределах от 10 до 60°.

Для каждого наблюденного светила составляется уравнение поправок вида

$$a\zeta + b_i x + c_i y + l_i = v_i \quad (3.14)$$

с весом $P_i = 1$.

Из решения n уравнений поправок (3.14) по методу наименьших квадратов находят значения условных составляющих уклонения отвесной линии x и y . Далее по формулам

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + x \\ \lambda' &= \lambda_0 + \frac{y}{15} \sec \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

Вычисляют астрономические широту и долготу пункта. В случае необходимости можно вычислить астрономо-геодезические составляющие уклонения отвесной линии ξ и η по формулам

$$\left. \begin{aligned} \xi - x &= +(\varphi_0 + B) \\ \eta - y &= +15(\lambda_0 - L)^s \cos \varphi \end{aligned} \right\}. \quad (3.16)$$

Оценка точности уравненных значений определяемых величин производится соответственно по формулам (3.17) – (3.19) и (3.21).

Средняя квадратическая погрешность единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{n-3}}. \quad (3.17)$$

Средние квадратические погрешности определяемых величин:

$$m_\zeta = \frac{\mu}{\sqrt{P_\zeta}}; \quad m_x = \frac{\mu}{\sqrt{P_x}}; \quad m_y = \frac{\mu}{\sqrt{P_y}}, \quad (3.18)$$

где P_ζ , P_x и P_y – веса уравненных значений неизвестных, которые можно найти из выражений при решении системы уравнений с помощью определителей:

$$P_\zeta = \frac{\Delta}{\Delta_{11}}; \quad P_x = \frac{\Delta}{\Delta_{22}}; \quad P_y = \frac{\Delta}{\Delta_{33}}, \quad (3.19)$$

где

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} [bb] & [bc] \\ [bc] & [cc] \end{vmatrix}; \quad \Delta_{22} = \begin{vmatrix} [aa] & [ac] \\ [ac] & [cc] \end{vmatrix}; \quad \Delta_{33} = \begin{vmatrix} [aa] & [ab] \\ [ab] & [bb] \end{vmatrix} \quad (3.20)$$

являются алгебраическими дополнениями определителя Δ .

Средние квадратические погрешности астрономо-геодезических составляющих уклонения отвесной линии:

$$\left. \begin{aligned} m_\xi^2 &= m_x^2 + m_B^2 \\ m_\eta^2 &= m_y^2 + m_L^2 \cos^2 \varphi \end{aligned} \right\}. \quad (3.21)$$

При наблюдениях светил на разных зенитных расстояниях на результаты измерений будут в полной мере оказывать влияние неучтённые систематические

погрешности, действующие в функции зенитных расстояний наблюдаемых светил (остаточное влияние рефракции, неучтённые погрешности гнута прибора, систематические погрешности диаметров вертикального круга и т.п.).

Вследствие этого для точных астрономических определений данный способ не применяется. Для приближённых астрономических определений он имеет ряд преимуществ, так как позволяет в короткий срок по наблюдениям небольшого числа светил получить обе координаты φ и λ . Для наблюдения ночью способ не требует составления специальных эфемерид звёзд. Для определений используются яркие звёзды, выбор которых производится визуально. Таким образом, способ является гибким: он позволяет производить наблюдения в трудных метеорологических условиях – наблюдать звёзды в просветах облаков, что нельзя выполнить другими способами. При наличии эфемерид ярких звёзд способ с успехом можно применять в дневное время. При этом в программу наблюдений можно включить также Солнце и планеты. Благодаря указанным достоинствам способ находит широкое применение при развитии опорных геодезических сетей специального назначения, в различных экспедиционных условиях; в авиационной и морской астрономии.

В зависимости от требуемой точности получения астрономических координат, применяемых приборов и методики измерений, определения астрономических пунктов данным способом обычно производятся из наблюдений двух-трёх серий по 6-8 звёзд в каждой серии.

Расчёт ожидаемой точности таких определений вытекает из формул оценки точности (3.18) – (3.21). В этих формулах значение средней квадратической погрешности единицы веса μ принимается из опыта наблюдений данным прибором, а значение весов уравненных значений неизвестных подсчитывается на основании формул

$$P_z = n; P_x = \frac{n}{2}; P_y = \frac{n}{2} \quad (3.22)$$

для случая равномерного распределения светил по азимутам.

Наблюдения

Общий порядок наблюдений в каждой серии состоит из:

- приёма сигналов времени 1-й радиостанции;
- измерений зенитных расстояний n светил (6-8 светил);
- приёма сигналов времени 2-й радиостанции.

Перед наблюдениями теодолит выставляется на штативе или на столбе, тщательно горизонтируется и ориентируется в меридиане. Измерения зенитных расстояний светил можно производить как при двух, так и при одном положении вертикального круга прибора. Наблюдения, выполненные при двух положениях вертикального круга, будут при одинаковом числе светил несколько точнее наблюдений, выполненных при одном круге. Кроме того, при измерениях зенитного расстояния каждого светила, выполненных при двух кругах, можно не опасаться возможных изменений во времени места зенита прибора. Однако наблюдения и их обработка, выполненные при двух кругах, занимают значительно больше времени, чем соответствующие им наблюдения при одном круге. Поэтому за один и тот же промежуток времени в измерениях при одном круге можно произвести наблюдения значительно большего числа светил, чем при измерениях, выполненных при двух кругах. С учётом выше сказанного можно сделать вывод, что обе методики измерений практически одинаковы по точности получаемых результатов.

При работе с современными высокоточными угломерными приборами можно рекомендовать следующую методику измерений зенитных расстояний светил (наблюдения при одном круге – КЛ):

- наведение трубы прибора на выбранное светило;
- отсчёт уровня при вертикальном круге;
- наблюдение прохождений светила через три средние горизонтальные нити вблизи вертикального биссектора; при этом записывают показания хронометра T_i , соответствующие моментам прохождения светила через указанные нити;

- отсчёты уровня при вертикальном круге;
- отсчёты вертикального лимба;
- отсчёты горизонтального лимба с точностью до десятой доли градуса¹.

При ориентированном теодолите отсчёт горизонтального лимба соответствует азимуту наблюдаемого светила. Если выбранное светило окажется в момент наблюдения в меридиане или вблизи от него, то визирование на светило осуществляется методом наведения средней горизонтальной нити под счёт ударов хронометра. При этом производятся последовательно три наведения. Для каждого наведения записывают показание хронометра, отсчёты уровня и отсчёты вертикального лимба. Отсчёт горизонтального лимба записывается один раз для среднего наведения.

Наблюдения Солнца производят аналогичным образом. При этом для приведения наблюдений к центру Солнца визирование осуществляется на верхний и нижний края Солнца.

В начале, в середине и в конце наблюдений серии светил записывают показания барометра и термометра, необходимые для вычисления поправки за рефракцию. При вычислении зенитного расстояния Солнца, кроме влияния рефракции, учитывается суточный параллакс.

Примерная запись наблюдений светила в журнале приведена в прил. А.

Определение широты по измеренным зенитным расстояниям пар звёзд вблизи меридиана (способ Струве)

Теория способа

Для определения широты с максимальным весом выбор светил, на основании (3.23) или (3.24), необходимо производить в меридиане, равным числом по обе стороны от зенита.

¹ Отсчёт горизонтального лимба производится в этом способе с целью последующего уверенного опознавания наблюдаемой звезды, а также для нахождения коэффициентов при неизвестных x и y в уравнениях поправок.

$$P_x = [\cos A]^2 - \frac{[\cos A]^2}{n} - \frac{\left\{ [\sin A \cos A] - \frac{[\sin A][\cos A]}{n} \right\}^2}{[\sin^2 A] - \frac{[\sin A]^2}{n}} \quad (3.23)$$

или

$$P_x = [\cos^2 A] - \frac{[\cos A]^2}{n'}. \quad (3.24)$$

В этом случае

$$P_{x_{max}} = [\cos^2 A] = n, \quad (3.25)$$

где n – число наблюждённых звёзд.

Определение широты по измеренным зенитным расстояниям можно производить из наблюдений серии или пары звёзд. Для ослабления влияния систематических погрешностей, действующих на результаты измерений в функции зенитных расстояний, наблюдения и обработку целесообразно выполнять попарно, выбирая звёзды в каждой паре по обе стороны от зенита, примерно на равных зенитных расстояниях ($|z_N - z_S| < 5 - 6^\circ$). Измерение зенитных расстояний звёзд в паре можно выполнять при одном положении вертикального круга теодолита.

Чтобы ослабить влияние случайных погрешностей, наблюдение каждой звезды выполняется многократно. При этом наблюдения звёзд выполняются не в самом меридиане, а вблизи него. Для измеренных зенитных расстояний каждой пары звёзд будем иметь два уравнения поправок (3.14). Так как для звёзд вблизи меридиана коэффициенты $c_i \approx 0$, то уравнения поправок примут вид

$$\left. \begin{aligned} a\zeta + b_N x + l_N &= v_N \\ a\zeta + b_S x + l_S &= v_S \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

где $a = -1$; $b_{N,S} = \pm \cos A_{N,S}$; $l_{N,S} = z_{0N,S} - z_{измN,S}$.

Условные зенитные расстояния z_{0N} и z_{0S} вычисляются со средними моментами наблюдений каждой звезды по стандартным формулам.

Вычисленное со средним моментом наблюдений условное зенитное расстояние каждой звезды необходимо исправить поправкой за ускорение, т.е.

$$z_{0_i} = z'_{0_i} + \Delta z_{W_i}, \quad (3.27)$$

где

$$\Delta z_{W_i} = \frac{15^2}{2k\rho} \frac{d^2 z}{dt^2} \sum \Delta T_i^2; \Delta T_i = T_{H_i} - T_i; \frac{d^2 z}{dt^2} = m + n \operatorname{ctg} z. \quad (3.28)$$

Коэффициенты m и n выбирают из таблиц прил. Б. При отсутствии таблиц для наблюдений в меридиане постоянные для данного пункта величины m и n вычисляются по формулам

$$m = \pm \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0; n = \cos^2 \varphi_0. \quad (3.29)$$

В первой формуле (3.29) знак «плюс» – для южных звёзд, знак «минус» – для северных.

Для вычисления свободных членов уравнений поправок выводят средние зенитные расстояния каждой звезды

$$z'_{\text{изм}} = \frac{\sum z'_{\text{изм}}}{k}, z_{\text{изм}} = z'_{\text{изм}} + \rho. \quad (3.30)$$

Решение уравнений поправок (3.26) по стандартным формулам даёт следующие значения неизвестных для каждой пары звёзд:

$$\zeta = \frac{\Delta_\zeta}{\Delta} = -\frac{[al]}{[aa]} = \frac{[l]}{2}, \quad (3.31)$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = -\frac{[bl]}{[bb]} \text{ с весом } P_x = 2. \quad (3.32)$$

При наблюдениях вблизи меридиана численные значения коэффициентов b практически можно положить

$$b_{N,S} = \pm 1,$$

где знак «плюс» – для южных звёзд, знак «минус» – для северных.

Учитывая численные значения коэффициентов b_N, b_S и раскрывая выражения x , получим

$$x = \frac{1}{2} [(z_{0_N} - z_{\text{изм}_N}) - (z_{0_S} - z_{\text{изм}_S})] \quad (3.33)$$

или

$$x = \frac{1}{2}[(z_{0N} - z_{0S}) - (z_{измN} - z_{измS})].$$

Окончательное значение $x_{ср}$ из наблюдений n пар звёзд, при равных весах, получают как простое среднее арифметическое, т.е.

$$x_{ср} = \frac{\sum x_i}{n} \text{ с весом } P_{x_{ср}} = 2n. \quad (3.34)$$

Уравненное значение широты будет

$$\varphi = \varphi_0 + x_{ср} \text{ с весом } P_{\varphi} = P_{x_{ср}} = 2n. \quad (3.35)$$

Оценку точности производят по внутренней сходимости результатов наблюдений на основании известных формул теории математической обработки геодезических измерений. Средняя квадратическая погрешность определения x по одной паре

$$\mu_x = \sqrt{\frac{[v_x v_x]}{n-1}}, \quad (3.36)$$

где v_x – отклонение значения x_i от среднего арифметического.

Средняя квадратическая погрешность окончательного значения

$$M_{\varphi} = M_x = \frac{\mu_x}{\sqrt{n}}. \quad (3.37)$$

Ожидаемое значение средней квадратической погрешности определения широты по одной паре звёзд, наблюждённой с помощью 2-секундного астрономического теодолита составит $m_{\varphi} = 0.9''$.

Для определения широты со средней квадратической погрешностью $m_{\varphi} = 0.3''$ необходимо отнаблюдать с достаточным запасом прочности 12-15 пар звёзд.

При указанной разности зенитных расстояний звёзд в паре ($|z_N - z_S| < 6^\circ$) программу наблюдений можно составить из ярких звёзд.

Наблюдения. Составление рабочих эфемерид пар звёзд

Для определения широты пунктов 1 и 2 классов применяют астрономический теодолит, имеющий 1-секундный или 2-секундный вертикальный круг.

Перед выездом на полевые работы производят исследования погрешностей диаметров вертикального лимба, эксцентриситета вертикального круга, правильности работы отсчётных приспособлений; определяют рен микроскопов-микрометров, цену деления уровня, цену оборота окулярного микromетра (на коллиматоре). В специальных лабораториях исследуются также барометр-анероид и термометр-пращ. Результаты исследований должны быть записаны в паспортах этих приборов.

В полевых условиях определяют цену оборота окулярного микromетра из наблюдений звёзд в элонгации. На каждом пункте определяют рен микроскопов-микрометров вертикального круга. Для наблюдений теодолит устанавливается на столбе или штативе, тщательно горизонтируется и ориентируется в меридиане (с погрешностью не более 2-3'). При ориентировке диаметр 0 – 180° горизонтального круга устанавливается нулём на Север. Перед началом наблюдений определяют место зенита.

Для наблюдений заранее составляют рабочие эфемериды пар звёзд, пользуясь каталогом средних звёзд АЕ. В соответствии с требованиями инструкции пары подбираются так, чтобы разность зенитных расстояний звёзд, составляющих пару, не превышала 6°, промежуток времени между наблюдениями звёзд в паре не превышал 20^м, а абсолютные зенитные расстояния звёзд находились в пределах 10 – 55°. Ограничения при выборе звёзд по их величине диктуются условиями видимости во время предстоящих наблюдений, а также оптическими качествами трубы. При выборе северных звёзд одной из основных является Полярная звезда. Её можно наблюдать не только вблизи моментов кульминаций, но и при любом другом часовом угле.

Подбор пар звёзд основывается на формулах, определяющих зенитные расстояния светил в меридиане. При этом возможны два случая, в зависимости от выбора северной звезды пары в верхней или нижней кульминации.

1. *Северная звезда в верхней кульминации.* Для этого случая имеем:

$$z_{m_N} = \delta_N - \varphi_0; s_{m_N} = \alpha_N;$$

$$z_{m_S} = \varphi_0 - \delta_S; s_{m_S} = \alpha_S.$$

Полагая $|z_{m_S} - z_{m_N}| \leq 6^\circ$ и $|\alpha_S - \alpha_N| \leq 20^m$, получим

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0 - \delta_S &= \delta_N - \varphi_0 \pm 6^\circ \\ \delta_S &= 2\varphi_0 - \delta_N \pm 6^\circ \\ \alpha_S &= \alpha_N \pm 20^m \end{aligned} \right\}. \quad (3.38)$$

2. *Северная звезда в нижней кульминации.* В этом случае имеем:

$$z_{N_{sp}} = 180^\circ - (\varphi_0 + \delta_N); s_{N_{sp}} = \alpha_N \pm 12^h;$$

$$z_{m_S} = \varphi_0 - \delta_S; s_{m_S} = \alpha_S.$$

Действуя таким же образом, как и в первом случае, получим

$$\left. \begin{aligned} \delta_S &= \delta_N - (180^\circ - 2\varphi_0) \pm 6^\circ \\ \alpha_S &= \alpha_N \pm 12^h \pm 20^m \end{aligned} \right\}. \quad (3.39)$$

При подборе пар целесообразно за исходные брать северные звёзды и к ним подбирать южные звёзды, удовлетворяющие, соответственно, равенствам (3.38) и (3.39).

Когда за северную звезду выбирают Полярную, то парную ей южную звезду подбирают при условии

$$\delta_S = 2\varphi_0 - 90^\circ - 1 \pm 6^\circ. \quad (3.40)$$

При составлении рабочих эфемерид рекомендуется предвычислить углы упреждения

$$a \frac{t}{10},$$

где

$$a = 15t^m \cos \delta \operatorname{cosec} z \quad (3.41)$$

выбирают из табл. 38 АТ по аргументам δ и z . При составлении этой таблицы принято $t^m = 10^m$. Установка алидадной части теодолита с учётом угла упреждения позволяет симметрично расположить наблюдения относительно меридиана и облегчить обнаружение звезды в поле зрения трубы при наблюдениях в условиях незаходящего Солнца.

Азимуты звёзд с учётом угла упреждения вычисляются по формулам (при отсчёте азимутов от точки Севера):

для южных звёзд

$$A_N = 180^\circ - a \frac{t}{10}; \quad (3.42)$$

для северной звезды в верхней кульминации

$$A_N = 0^\circ + a \frac{t}{10}; \quad (3.42')$$

для северной звезды в нижней кульминации

$$A_{N_{SP}} = 360^\circ - a \frac{t}{10}. \quad (3.42'')$$

В формулах (3.42) величина t принимается обычно равной 3-4^м. Таким образом, формулы для составления рабочих эфемерид звёзд в меридиане можно представить в виде табл. 3.1.

По формулам табл. 3.1 для подобранных пар звёзд составляются рабочие эфемериды в порядке возрастания звёздного времени. Эфемериды целесообразно оформлять в виде списка пар звёзд, образец которого приведён в табл. 3.2.

Таблица 3.1

Южная звезда	Северная звезда	
	верхняя кульминация	нижняя кульминация
$z = \varphi_0 - \delta_S$	$z = \delta_N - \varphi_0$	$z = 180^\circ - (\varphi_0 + \delta_N)$
$A = 180^\circ - a \frac{t}{10}$	$A = 0^\circ + a \frac{t}{10}$	$A = 360^\circ - a \frac{t}{10}$
$s = \alpha$	$s = \alpha$	$s = \alpha \pm 12^h$

Таблица 3.2

Номер пары	Номер звезды по АЕ N или S	Величина m	s^2	z	A	Кульминация
1	2	3	4	5	6	7
1	360 N	2.2	2 ^h 51 ^m	35°40'	359° 36'	Нижняя
	77 S	3.0	3 05	29 52	178 54	
2	4 N	2.1	3 11	19 08	0 54	Верхняя

² s – время для момента кульминации.

Окончание таблицы 3.2

	83 S	1.9	3 21	20 17	178 36	
3	369 N	3.5	3 24	50 53	359 30	Нижняя
	97 S	3.0	3 44	46 01	179 00	
4	399 N	2.9	4 23	48 23	359 30	Нижняя
	119 S	1.1	4 34	53 34	179 08	

Общий порядок наблюдений состоит из:

- приёма сигналов времени первой радиостанции;
- наблюдений k пар звёзд;
- приёма сигналов времени второй радиостанции.

Приём сигналов времени служит для вывода поправки хронометра и его хода. Передача поправки хронометра на момент наблюдения может производиться с погрешностью порядка 0.1^s . В связи с этим промежуток между приёмами сигналов времени двух радиостанций может составлять 4 часа.

Зенитные расстояния звёзд могут измеряться как при одном, так и при двух положениях вертикального круга теодолита. В целях повышения точности наблюдений измерение зенитного расстояния каждой звезды производится многократно. При этом ряд последовательных наблюдений звезды располагают симметрично относительно меридиана, по возможности ближе к нему. В середине между наблюдениями звёзд пары отсчитывают показания барометра и термометра.

Порядок наблюдения пары звёзд следующий:

- за 3-4 минуты до эфемеридного момента s устанавливают трубу на зенитное расстояние первой по времени звезды пары;
- верхнюю часть прибора устанавливают по эфемеридному значению азимута первой звезды (с учётом угла упреждения);
- появившееся в поле зрения трубы изображение звезды устанавливают рядом с подвижной нитью микрометра и отсчитывают уровень при вертикальном круге;

- при приближении звезды к средней вертикальной нити делают последовательно три наведения на звезду подвижной нитью окулярного микрометра под счёт секундных ударов хронометра; при этом для каждого наведения записывают показание хронометра и отсчёт по окулярному микрометру; сразу после этого производят отсчёты вертикального круга, делая наведения на младший и старший штрихи лимба;

- верхнюю часть теодолита устанавливают в меридиане (азимут 0 или 180°); подвижная нить микрометра устанавливается в нуль-пункт гребёнки; при появлении звезды в поле зрения трубы её изображение устанавливают рядом с подвижной нитью микрометра и берут отсчёты уровня; как только звезда приблизится к вертикальной нити, подвижную нить микрометра снова трижды наводят на звезду и трижды отсчитывают показания хронометра и микрометра, а затем вертикального круга;

- поворачивают верхнюю часть теодолита на угол упреждения в направлении видимого суточного движения звезды и третий раз производят подобные наблюдения;

- отсчитывают показания барометра и термометра;

- по данным рабочих эфемерид устанавливают теодолит для наблюдения второй звезды пары; наблюдения второй звезды производят в таком же порядке, как и первой.

Во избежание влияния погрешностей за неточное определение цены оборота окулярного микрометра нельзя допускать, чтобы значение отсчётов по микрометру было больше одного оборота.

При наблюдениях без окулярного микрометра визирование производится средней горизонтальной нитью, действуя при этом наводящим винтом трубы теодолита. В этом случае на каждую звезду пары делают по шесть наведений, располагающихся симметрично относительно меридиана. При каждом наведении записывают показания хронометра, отсчёты по уровню и вертикальному кругу.

Между парами звезд рекомендуется вертикальный круг переставлять на угол

$$\frac{180^\circ}{n},$$

где n – число пар звезд, необходимых для определения широты пункта.

Определение широты по измеренным малым разностям зенитных расстояний пар звезд в меридиане (способ Талькотта)

Для определения широты с максимальным весом в данном способе измеряется *разность зенитных расстояний* двух звезд в меридиане, одной к северу, другой к югу от зенита, примерно на равных зенитных расстояниях.

Для наблюдений подбирают такие пары звезд, разность зенитных расстояний которых не превышает рабочую часть поля зрения трубы прибора, т.е.

$$|z_S - z_N| < 20'.$$

В этом случае указанную малую разность зенитных расстояний северной и южной звезд каждой пары можно измерить с помощью окулярного микрометра трубы, не прибегая к отсчётам вертикального лимба.

Пусть для измерения малой разности $z_S - z_N$ труба прибора поставлена на среднее зенитное расстояние пары

$$z_{\text{ср}} = \frac{z_S - z_N}{2}$$

и закреплена в этом положении зажимным винтом. На данное зенитное расстояние труба теодолита ставится по приближённому отсчёту (с точностью до $1'$) вертикального лимба L'_0 .

Для фиксирования положения трубы по высоте, при наблюдениях северной и южной звезд пары, с трубой жёстко скрепляется талькоттовский уровень, ось которого лежит в плоскости, параллельной плоскости вертикального круга. Так как при измерении разности зенитных расстояний звезд пары важно знать не абсолютные значения наклонов оси уровня, а разность этих наклонов, то применение такого уровня является наиболее целесообразным, поскольку он одновременно учитывает малейшие изменения положения трубы по высоте.

Пусть в моменты прохождения звёзд через бесколлимационную плоскость теодолита, ориентированного в меридиане, на них сделаны наведения подвижной нитью микрометра с соответствующими отсчётами по шкале микрометра M_S и M_N и определена разность наклонов оси уровня $(i_S - i_N) \frac{\tau}{2}$. Тогда половину измеренной разности зенитных расстояний северной и южной звёзд можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(z_S - z_N)_{\text{изм}} = \frac{1}{2} \{ [L'_0 + (M_S - 10^{06})R] \\ - [L'_0 + (M_N - 10^{06})R] + (i_S - i_N) \frac{\tau}{2} + (\rho_S - \rho_N) \} \end{aligned} \quad (3.43)$$

или

$$\frac{1}{2}(z_S - z_N)_{\text{изм}} = \pm \left[(M_S - M_N) \frac{R}{2} + (i_S - i_N) \frac{\tau}{4} \right] + \frac{1}{2}(\rho_S - \rho_N),$$

где знак «плюс» перед скобками берётся в том случае, когда отсчёты микрометра возрастают, и знак «минус» – когда они убывают с увеличением зенитного расстояния.

Подставив значение полуразности зенитных расстояния в формулу (3.33), получим искомое выражение для x :

$$x = \frac{1}{2}(z_{0_N} - z_{0_S}) \pm \left[(M_S - M_N) \frac{R}{2} + (i_S - i_N) \frac{\tau}{4} \right] + \frac{1}{2}(\rho_S - \rho_N), \quad (3.44)$$

где

$$\cos z'_{0_{S,N}} = \frac{1}{2} [\cos(\varphi_0 - \delta_{S,N})(1 + \cos t_{S,N}) - \cos(\varphi_0 + \delta_{S,N})(1 - \cos t_{S,N})].$$

Значения φ и ξ вычисляются на основании формул

$$\left. \begin{aligned} x &= \varphi - \varphi_0 = \Delta\varphi \\ y &= 15(\lambda - \lambda_0)^S \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad \text{и} \quad (3.45)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi - x &= +(\varphi_0 - B) \\ \eta - y &= +15(\lambda_0 - L)^S \cos \varphi \end{aligned} \right\}.$$

Отсюда имеем

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + x; \\ \xi &= x + (\varphi_0 - B). \end{aligned} \quad (3.46)$$

При значении часового угла звезды

$$|t| < 15^s$$

с погрешностью, не превышающей $0.03''$, величины $z_{0_{S,N}}$ можно вычислять по формулам

$$z_{0_S} = \varphi_0 - \delta_S; z_{0_N} = \delta_N - \varphi_0; z_{0_{Nsp}} = 180^\circ - (\varphi_0 + \delta_N). \quad (3.47)$$

В этом случае формулы для вычисления x соответственно для наблюдений северной звезды пары в верхней и нижней кульминациях будут

$$x = \frac{1}{2}(\delta_S - \delta_N) - \varphi_0 \pm \left[(M_S - M_N) \frac{R}{2} + (i_S - i_N) \frac{\tau}{4} \right] + \frac{1}{2}(\rho_S - \rho_N); \quad (3.48)$$

$$x = 90^\circ - \varphi_0 - \frac{1}{2}(\delta_N - \delta_S) \pm \left[(M_S - M_N) \frac{R}{2} + (i_S - i_N) \frac{\tau}{4} \right] + \frac{1}{2}(\rho_S - \rho_N); \quad (3.49)$$

С целью повышения точности определения широты наблюдение каждой звезды пары производится многократно. При этом необходимо каждое наблюдение либо редуцировать на меридиан и затем брать среднее из всех наблюдений, либо производить вычисления со средними результатами, исправляя их поправкой за ускорение движения звезды по зенитному расстоянию.

В отличие от других способов, многократное наблюдение звёзд в данном способе производится при неподвижном по азимуту положению трубы не у средней вертикальной нити, а в значительном удалении от неё. В этом случае, кроме поправки за ускорение, необходимо также учитывать поправку за наблюдение светил в стороне от бесколлимационной плоскости.

Из эмпирических наблюдений с помощью астрономического теодолита АУ $2''/10''$ установлена средняя квадратическая погрешность определения широты по одной паре звёзд, которая составляет $0.7 - 0.8''$. Для определения широты пункта со средней погрешностью $0.3''$ необходимо произвести наблюдения 10 – 12 пар звёзд; для определений с той же точностью астрономическим теодолитом У5 необходимы 16 – 18 пар звёзд.

Из общей теории способа определение широты по измеренной малой разности зенитных расстояний пар звёзд возможно и целесообразно производить не только в меридиане, но и на удалении от меридиана до $30 - 40^\circ$. В этом случае пары можно составить из ярких звёзд, а саму разность зенитных расстояний свести к минимуму.

Способ Талькотта прост в наблюдениях, несложен в вычислениях и рекомендован инструкцией для высокоточных определений широт пунктов Лапласа.

§ 3.3 Способы определения широты и долготы из наблюдений звёзд на равных высотах (способы равных высот)

Способы равных высот являются частными случаями способов наблюдений светил на разных высотах. В данной группе способов на выбор звёзд накладывается общее ограничивающее условие: звёзды в сериях или парах наблюдаются на равных высотах. В связи с этим возникают некоторые особенности в методике наблюдения зенитных расстояний светил. При наблюдениях групп звёзд в одном альмукантарате труба ставится на данное зенитное расстояние по отсчёту вертикального лимба L_0 (с точностью $1 - 2'$), который будет одним и тем же для всех звёзд, наблюдаемых на данной высоте.

Для любой звезды группы, наблюденной на данной высоте, значение измеренного зенитного расстояния можно представить в виде

$$z_{\text{изм}_i} = L_0 + \Delta L - (M^\circ z + \Delta Mz) + i \frac{\tau}{2} + \rho + g \sin z, \quad (3.50)$$

где L_0 – приближённый (с точностью $1 - 2'$) отсчёт по вертикальному лимбу при установке трубы теодолита на данное зенитное расстояние; ΔL – истинная поправка отсчёта по вертикальному лимбу.

Обозначим через установочное (эфемеридное) зенитное расстояние величину

$$z_{\text{эф}} = L_0 - M^\circ z. \quad (3.51)$$

Совокупность постоянных для данного зенитного расстояния поправочных величин в формуле (3.51) обозначим через ζ'

$$\zeta' = \Delta z_{\text{const}} = \Delta L - \Delta Mz + \rho + g \sin z_{\text{эф}}. \quad (3.52)$$

С учётом (3.51) и (3.52) выражение (3.50) примет вид

$$z_{\text{изм}_i} = z_{\text{эф}} + \zeta' + i_i \frac{\tau}{2}. \quad (3.53)$$

Тогда общее уравнение поправок зенитальных способов (3.14) с учётом (3.53) запишется

$$a\zeta' + b_i x + c_i y + l_i = v_i \text{ с весом } P_i = 1, \quad (3.54)$$

где

$$a = -1; \quad b_i = \pm \cos A_i; \quad c_i = \pm \sin A_i;$$

$$l_i = z_{0_i} - z_{\text{эф}}; \quad (3.55)$$

$$z_{0_i} = z'_{0_i} + \Delta l_i + \Delta l_{W_i} + \Delta l_{\gamma_i}; \quad (3.56)$$

$$z'_{0_i} = \arccos \frac{1}{2} [\cos(\varphi_0 - \delta_i)(1 + \cos t_{0_i}) - \cos(\varphi_0 - \delta_i)(1 - \cos t_{0_i})]; \quad (3.57)$$

$$t_{0_i} = T_{H_i} + \Delta T_{\alpha_i} + u_0 + \omega(T_{H_i} - X) - \alpha_i; \quad (3.58)$$

$$\Delta l_i = -i^{\partial/2} \frac{\tau}{2}; \quad (3.59)$$

$$\Delta l_{W_i} = 0.454 \frac{k+1}{k-1} \frac{d^2 z}{dt^2} \left(\frac{T_k - T_1}{100} \right)^2; \quad (3.60)$$

$$\Delta l_{\gamma} = \pm(\pm \text{Шк} - \text{Мх}) \frac{R}{2}; \quad (3.60')$$

$$T_{H_i} = \frac{\sum T_{k_i}}{k}; \quad T_{\alpha_i} = -0.021^s \cos z_{\text{эф}}.$$

Уравнение поправок (3.54) является общим для всех способов определения широты и времени, основанных на принципе равных высот. Из уравнений (3.54) следует, что при наблюдениях светил на равных высотах отпадает необходимость производства точных отсчётов по вертикальному лимбу или окулярному микрометру. Это обстоятельство позволяет применить для точных определений широты и времени (долготы), наряду с астрономическим теодолитом, специальные приборы, в которых вертикальный круг либо совсем отсутствует (призменная астролыбия), либо имеется грубый круг-искатель, необходимый только для

ориентировочной ($0.5 - 1'$) установки трубы на данное зенитное расстояние (зенит-телескоп).

Поправка ζ' к установочному (эфемеридному) зенитному расстоянию $z_{\text{эф}}$ с учётом не только полной поправки отсчёта по лимбу, но и совокупности всех других поправок, постоянных для данного зенитного расстояния, найдётся из совместной обработки наблюдений звёзд на данной высоте.

Таким образом, при производстве наблюдений звёзд на равных высотах из результатов определений x и y (φ и λ) исключается систематическое влияние погрешностей рефракции, гнутости трубы прибора, а также погрешностей, связанных с отсчётами по лимбу: места зенита, систематических и случайных погрешностей диаметров лимба, отсчётных приспособлений и т.д.

На этом основании можно утверждать, что способы астрономических определений, основанные на принципе равных высот, при прочих равных условиях будут давать результаты более точные, чем способы, основанные на принципе измерения зенитных расстояний светил на разных высотах. Наблюдения звёзд на равных высотах позволяют производить как совместные, так и отдельные определения широты и долготы.

Совместное определение широты и долготы из наблюдений n звёзд в одном альмукантарате

Способ совместного определения широты и долготы из наблюдений n звёзд в одном альмукантарате является наиболее общим способом, из которого любые другие способы равных высот вытекают как частные случаи.

На основании общей теории зенитальных способов для совместного определения x и y с равной точностью ($P_x = P_y$) наблюдения n звёзд в одном альмукантарате необходимо производить при условии их равномерного распределения по азимутам.

Процесс наблюдений звёзд в одном альмукантарате состоит из:

- фиксации моментов T_i по хронометру прохождения светила через горизонтальные нити неподвижной по высоте трубы теодолита (фиксации моментов контактирования при наблюдениях с контактным микрометром);
- отсчётов талькоттовского уровня, скреплённого с трубой, для учёта измерения положения трубы по высоте при наблюдениях звёзд в различных азимутах.

При наблюдениях с контактным микрометром с целью исключения влияния наклона подвижной нити и коллимационной ошибки теодолит должен быть снабжён электромоторным приводом для вращения его алидадной части по азимуту или специальным позиционным устройством.

Наблюдения каждой серии из n звёзд замыкаются приёмами радиосигналов точного времени. Для каждой наблюждённой звезды данной серии составляется уравнение поправок вида (3.54). Решение системы из n уравнений поправок по методу наименьших квадратов позволяет получить уравненные значения неизвестных и оценить точность их вывода. Решение нормальных уравнений и оценка точности производятся по стандартным формулам (3.16) – (3.21), (3.62) – (3.66).

Система нормальных уравнений, соответствующая n уравнениям (3.14), будет

$$\left. \begin{aligned} [aa]\zeta + [ab]x + [ac]y + [al] &= 0 \\ [ab]\zeta + [bb]x + [bc]y + [bl] &= 0 \\ [ac]\zeta + [bc]x + [cc]y + [cl] &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (3.61)$$

Система уравнений (3.61) может быть решена как методом последовательного исключения неизвестных по схеме Гаусса, так и с помощью метода определителей, для которых получим значения неизвестных

$$\zeta = \frac{\Delta_\zeta}{\Delta}; \quad x = \frac{\Delta_x}{\Delta}; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad (3.62)$$

где

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} [aa] & [ab] & [ac] \\ [ab] & [bb] & [bc] \\ [ac] & [bc] & [cc] \end{vmatrix}; \Delta_\zeta = - \begin{vmatrix} [al] & [ab] & [ac] \\ [al] & [bb] & [bc] \\ [al] & [bc] & [cc] \end{vmatrix}; \\ \Delta_x &= - \begin{vmatrix} [aa] & [al] & [ac] \\ [ab] & [bl] & [bc] \\ [ac] & [bl] & [cc] \end{vmatrix}; \Delta_y = - \begin{vmatrix} [aa] & [ab] & [al] \\ [ab] & [bb] & [bl] \\ [ac] & [bc] & [cl] \end{vmatrix}.\end{aligned}\tag{3.63}$$

Далее, от условных составляющих уклонения отвесной линии x и y по формулам (3.16) переходят к астрономо-геодезическим составляющим уклонения отвесной линии ξ и η . Оценка точности параметров ζ , x и y производится по известным формулам метода наименьших квадратов.

Средняя квадратическая погрешность единицы веса подсчитывается по формуле (3.17). Средние квадратические погрешности определяемых величин находят из выражений (3.18).

При решении системы уравнений с помощью определителей веса определяемых величин находятся из выражений (3.19) – (3.20). Средние квадратические погрешности астрономо-геодезических составляющих уклонения отвесной линии находят по формулам (3.21).

Исходя из требований к точности определения геодезических координат B и L пунктов астрономо-геодезической сети и к точности астрономических определений на этих пунктах, можно полагать, что

$$m_B \leq \frac{1}{3} m_x; \quad m_L \leq \frac{1}{3} m_y.\tag{3.64}$$

Поэтому точность получения уклонений отвесной линии определяется в основном точностью астрономических наблюдений и не зависит от широты пунктов, т.е.

$$m_\xi = m_x; \quad m_\eta = m_y.\tag{3.65}$$

На основании равенств (3.15) средние квадратические погрешности астрономических координат будут вычисляться по формулам

$$m_{\varphi} = m_x; m_{\lambda}^s = \frac{m'_y}{15} \sec \varphi. \quad (3.66)$$

В соответствии с требованиями инструкции определение широты и долготы пунктов Лапласа производится из наблюдений не менее шести серий по 12 – 16 звёзд в каждой серии.

Понятие о совместном определении широты и долготы из наблюдений пар звёзд на равных высотах

Для обоснования способов астрономических определений географических координат и азимута немалое значение имеет величина промежутка времени, необходимого для данных определений. С течением времени могут изменяться как внешние условия наблюдений (температура, давление, влажность, наклон однородных слоёв воздуха и т.д.), так и взаимное положение частей прибора.

Для тех способов астрономических определений, в которых условно полагают неизменными внешние условия наблюдений и взаимное положение частей прибора, всегда стремятся сократить время, затрачиваемое на наблюдения групп звёзд. В этом смысле способы определения широты и времени по *независимым наблюдениям пар звёзд*, которые выполняются в течение нескольких минут, будут всегда предпочтительнее способов определения φ и u по наблюдениям серии из n звёзд, которая наблюдается в течение 1.5 – 2 часов. Поэтому в практике точных астрономических определений способы раздельного определения широты и времени (долготы) по наблюдениям пар звёзд на равных высотах получили широкое применение. Также особого внимания заслуживает известный способ совместного определения широты и долготы из наблюдений пар звёзд на равных высотах, предложенный профессором В. В. Каврайским.

Рассмотрим сущность этого способа исходя из общей теории зенитальных способов.

Для совместного определения x и y с равными весами ($P_x = P_y$) необходимо произвести наблюдения минимум двух пар (четырёх) звёзд в плоскостях двух

произвольных, взаимно перпендикулярных вертикалов, симметрично относительно зенита. Каждые две пары звёзд могут наблюдаться в своих двух взаимно перпендикулярных вертикалах.

Для каждой пары звёзд будем иметь два уравнения поправок вида (3.54). Исключив из них неизвестное ζ , получим уравнение для измеренной разности зенитных расстояний звёзд пары

$$(b_1 - b_2)x + (c_1 - c_2)y + (z_{0_1} - z_0) + (i_2 - i_1)\frac{\tau}{2} = v_1, \quad (3.67)$$

где v_1 – поправка измеренной разности зенитных расстояний звёзд.

Для второй пары каждой четвёрки звёзд имеется уравнение такого же вида. Из совместного решения двух уравнений вида (3.67) находят значения x и y . Веса значений x и y из каждой четвёрки звёзд будут

$$\left. \begin{aligned} P_x &= [\cos^2 A] = 2 \\ P_y &= [\sin^2 A] = 2 \end{aligned} \right\} \quad (3.68)$$

Окончательные значения x и y получают как среднее арифметическое из всех наблюдений четвёрок звёзд. Задача совместного определения x и y может быть также решена путём совместного решения n уравнений поправок (3.67) по методу наименьших квадратов. В этом случае вертикалы для наблюдений пар звёзд должны быть равномерно распределены по азимутам.

Однако способ Каврайского не имеет преимуществ перед известными способами раздельного определения времени и широты по наблюдениям пар звёзд на равных высотах – способами Цингера и Певцова.

Определение долготы (времени) из наблюдений пар звёзд на равных высотах. Способ Цингера

Способ определения долготы или времени из наблюдений двух звёзд ($n = 2$) на равной высоте является частным случаем способа совместного определения широты и долготы из наблюдений n звёзд ($n \geq 3$) в одном альмукантарате. Для двух звёзд, наблюденных на равной высоте, будем иметь два вида уравнения вида (3.54):

$$\left. \begin{aligned} a\zeta + b_1x + c_1y + l_1 &= v_1 \\ a\zeta + b_2x + c_2y + l_2 &= v_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.69)$$

Вместо условия $P_x = P_y$ здесь ставится такое условие подбора звёзд в паре, при котором вес уравненного значения y будет максимален, т.е.

$$P_y = \max. \quad (3.70)$$

Для достижения максимального веса уравненного значения y звезды в каждой паре необходимо наблюдать в первом вертикале по обе стороны от зенита. В этом случае будем иметь

$$P_{y_{\max}} = [\sin^2 A] = 2. \quad (3.71)$$

Для увеличения числа пар и обеспечения непрерывной работы на пункте звёзды в парах без особого ущерба точности можно набирать на удалении по азимуту от первого вертикала до 30° . В этом случае для получения наибольшего веса P_y на основании общей формулы веса $P_y = [\sin^2 A] - \frac{[\sin A]^2}{n} - \frac{\left\{ [\cos A \sin A] - \frac{[\cos A][\sin A]}{n} \right\}^2}{[\cos^2 A] - \frac{[\cos A]^2}{n}}$ необходимо соблюдение условий:

$$\left. \begin{aligned} [ac] &= [\sin A] = 0 \\ [bc] &= [\sin A \cos A] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.72)$$

которые для пары звёзд означают условия симметричного выбора звёзд по азимутам относительно меридиана. В функции азимутов звёзд условие симметричности имеет вид

$$A_E = 360^\circ - A_W. \quad (3.73)$$

Графическое изображение условий симметричного выбора звёзд в парах относительно меридиана показано на рис. 3.1.

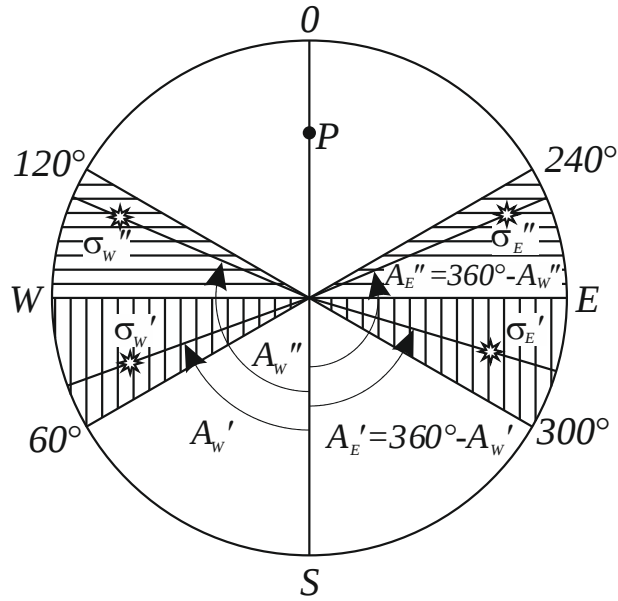


Рис. 3.1.

При соблюдении условий симметричности (3.72) и (3.73) численное значение веса P_{yi} для каждой пары звёзд определится формулой

$$P_y = [\sin^2 A] = 2 \sin^2 A_W. \quad (3.74)$$

В зависимости от азимутов звёзд пары веса P_y представлены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

A_W	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°
P_y	1.18	1.50	1.77	1.94	2.00	1.94	1.77	1.50	1.18

Численное значение y_i для каждой пары звёзд, найденное из двух уравнений вида (3.54), при соблюдении условий симметричности (3.73) будет

$$y_i = -\frac{[cl]}{[cc]} \text{ с весом } P_{yi} = 2 \sin^2 A_W. \quad (3.75)$$

Уравненное значение y_{cp} из наблюдений n пар звёзд, заключённых между двумя приёмами радиосигналов времени, вычисляется как среднее весовое, т.е.

$$y_{cp} = \frac{\sum P_{yi} y_i}{\sum P_{yi}} \text{ с весом } P_{y_{cp}} = [P_{yi}]. \quad (3.76)$$

Значение долготы пункта λ' можно получить, основываясь на формулах вычисления широты и долготы пункта

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + x_{\text{ср}} \text{ с весом } P_{\varphi} = [P_x] \\ \lambda' &= \lambda_0 + \frac{y_{\text{ср}}}{15} \sec \varphi \text{ с весом } P_{\lambda'} = [P_y] \cos^2 \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3.77)$$

или

$$\lambda' = \lambda_0 + \frac{1}{15} y_{\text{ср}} \sec \varphi \text{ с весом } P_{\lambda'} = P_{y_{\text{ср}}} \cos^2 \varphi. \quad (3.78)$$

В случае необходимости может быть вычислена поправка хронометра u' относительно местного звёздного времени в средний момент X между приёмами радиосигналов времени по формуле

$$u' = u_0 + \frac{1}{15} y_{\text{ср}} \sec \varphi \text{ с весом } P_{u'} = P_{y_{\text{ср}}} \cos^2 \varphi. \quad (3.79)$$

С помощью известного хода хронометра ω эта поправка может быть передана на любой момент в пределах промежутка времени между приёмами радиосигналов.

Оценка точности определений производится по формулам:

$$\mu = \sqrt{\frac{[P_{y_i} v_{y_i}^2]}{n-1}}, \quad (3.80)$$

где n – число пар звёзд; $v_i = y_{\text{ср}} - y_i$; $P_y = 2 \sin^2 A$; средняя квадратическая погрешность среднего весового $y_{\text{ср}}$ из

$$m_{y_{\text{ср}}} = \frac{\mu}{\sqrt{[P_{y_i}]}}; \quad (3.81)$$

средняя квадратическая погрешность долготы (времени)

$$m_{\lambda'} = \frac{1}{15} m_{y_{\text{ср}}} \sec \varphi. \quad (3.82)$$

В этом способе, как и в других способах астрономических определений, основанных на принципе равных высот, наиболее полно исключаются погрешности, связанные с рефракцией, гнутием трубы и другими систематическими погрешностями, действующими на результаты измерений в функции зенитных расстояний светил.

На наблюдение пары звёзд на равной высоте затрачивается всего 5 мин. В течение такого короткого промежутка времени можно не опасаться значительных изменений как внешних условий, так и взаимного положения частей теодолита. Кроме того, при обработке наблюдений вся сумма систематических поправок (поправка ζ) к установочному зенитному расстоянию исключается в разности измеряемых зенитных расстояний звёзд каждой пары. Поэтому рассматриваемый способ определения долготы по наблюдениям пар звёзд на равных высотах является одним из самых точных. Он рекомендуется инструкцией как основным способом определения времени (долготы) на пунктах Лапласа для широт до 65° .

Определение широты из наблюдений пар звёзд на равных высотах. Способ Певцова

Способ определения широты из наблюдений пар звёзд на равных высотах, как и способ Цингера, является частным случаем способа совместного определения φ и λ из наблюдений n звёзд в одном альмукантарате.

Принципиальное отличие способа определения широты от способа определения долготы из наблюдений двух звёзд на равной высоте состоит только в выборе этих звёзд по азимутам. Если в способе определения долгот выбор в паре производится под условием $P_y = \max$, то в способе определения широты выбор звёзд в паре производится под условием $P_x = \max$.

Для достижения этого условия в соответствии с формулой веса звезды $P_x = [\cos^2 A] - \frac{[\cos A]^2}{n} - \frac{\left\{ [\sin A \cos A] - \frac{[\sin A][\cos A]}{n} \right\}^2}{[\sin^2 A] - \frac{[\sin A]^2}{n}}$ в каждой паре необходимо наблюдать в меридиане, по обе стороны от зенита. В этом случае

$$P_{x_{\max}} = [\cos^2 A] = 2. \quad (3.83)$$

Однако в видимом суточном движении звёзды в меридиане перемещающегося параллельно плоскости горизонта, вследствие чего наблюдать прохождения звёзд через горизонтальные нити сетки невозможно. Кроме того, в течение короткого промежутка времени нельзя подобрать пары звёзд в меридиане с рав-

ными зенитными расстояниями. Поэтому на практике звёзды в каждой паре выбирают вблизи меридиана, на угловых удалениях от него от 10° до 40° . При этом обеспечения наибольшего возможного веса P_x в соответствии с формулой веса выбор звёзд в паре осуществляется при соблюдении условий

$$[ab] = [\cos A] = 0; [bc] = [\sin A \cos A] = 0, \quad (3.83)$$

которые представляют собой условия симметричного расположения звёзд пары относительно плоскости первого вертикала. В функции азимутов звёзд пары условия симметричности относительно первого вертикала имеют вид

$$A_S = 180^\circ - A_N, A_S = 540^\circ - A_N. \quad (3.84)$$

Графическое изображение условий симметричности выбора звёзд в парах относительно первого вертикала показано на рис. 3.2. При соблюдении условий симметричности (3.83) и (3.84) численное значение веса P_x для каждой пары звёзд определится формулой

$$P_x = [\cos^2 A] = 2 \cos^2 A_N. \quad (3.85)$$

В зависимости от азимутов звёзд пары веса P_x представлены в табл. 3.4.

Значение x для каждой пары звёзд, на основании двух уравнений вида (3.54), при соблюдении условий симметричности (3.84) будет

$$x_i = -\frac{[bl]}{[bb]} \text{ с весом } P_{x_i} = 2 \cos^2 A_N. \quad (3.86)$$

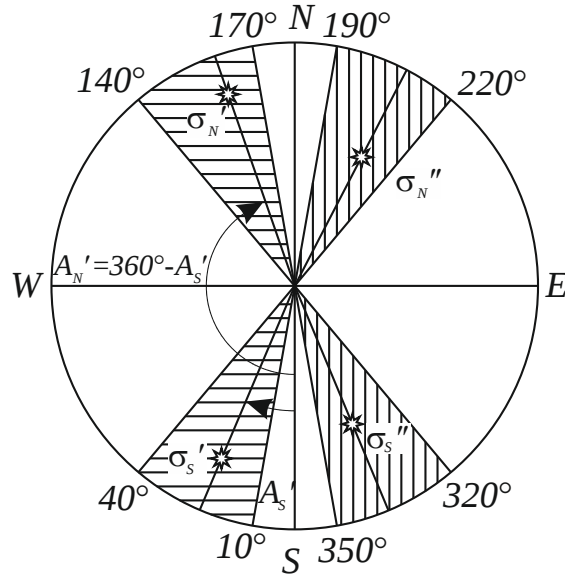


Рис. 3. 2.

Таблица 3.4

A_N	10° 350°	20° 340°	30° 330°	40° 320°
P_x	1.94	1.77	1.50	1.18

Уравненное значение x из наблюдений n пар звёзд будет

$$x_{\text{ср}} = \frac{\sum P_{x_i} x_i}{\sum P_{x_i}} \text{ с весом } P_{x_{\text{ср}}} = [P_{x_i}]. \quad (3.87)$$

Уравненное значение широты пункта будет

$$\varphi' = \varphi_0 + x_{\text{ср}} \text{ с весом } P_{\varphi} = [P_{x_{\text{ср}}}] \quad (3.88)$$

Оценка точности производится по следующим формулам:

– средняя квадратическая погрешность единицы веса

$$\mu_x = \sqrt{\frac{[P_{x_i} v_{x_i}^2]}{n - 1}}, \quad (3.89)$$

где $v_{x_i} = x_{\text{ср}} - x_i$; n – число пар звёзд, принятых в обработку;

– средняя квадратическая погрешность уравненного значения широты

$$M_{\varphi} = M_{x_{\text{ср}}} = \frac{\mu_x}{\sqrt{[P_{x_i}]}}, \quad (3.90)$$

В способе определения широты из наблюдений пар звёзд на равных высотах, как и в способе определения долготы (времени), исключаются погрешности, связанные с рефракцией, гнутием трубы и другими систематическими погрешностями, влияющими на результат определения в функции зенитных расстояний светил. Поэтому он является одним из самых точных способов определения широты. К недостаткам способа следует отнести увеличение времени наблюдения каждой звезды и пары в целом до 15^м. Это объясняется условиями наблюдений прохождений звёзд вблизи меридиана.

Для определения широты пунктов 1 и 2 классов ($m_\varphi = 0.3''$) инструкция рекомендует производить наблюдения 12 – 15 пар звёзд. При этом ожидаемая погрешность будет

$$M_\varphi = 0.22''.$$

Вес окончательного вывода широты составит

ГЛАВА 4. АЗИМУТАЛЬНЫЕ СПОСОБЫ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ

§ 4.1 Общая теория азимутальных способов астрономических определений

В основу теории азимутальных способов астрономических определений положено уже известное уравнение связи (1.8) между азимутом направления на светило A , широтой φ и поправкой хронометра u

$$\operatorname{ctg} A_N = \sin \varphi \operatorname{ctg} t - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta \operatorname{cosec} t,$$

где $t = T_H + u - a$.

Так как в геодезии и других прикладных науках, связанных с ней, азимуты направлений отсчитываются от точки Севера, то все выводы будем производить, отсчитывая азимут направления от точки Севера по ходу часовой стрелки от 0 до 360°.

Наиболее общей задачей азимутальных способов является задача совместного определения широты, поправки хронометра и направления меридиана по

наблюдениям азимутов светил в различных вертикалах и на различных зенитных расстояниях.

При постановке общей задачи все три искомых элемента – широта, поправка хронометра и направление меридиана – предполагаются неизвестными; на выбор звёзд для совместного определения указанных элементов не накладываются какие-либо ограничивающие условия, кроме их удовлетворительной видимости. Условия наивыгоднейшего выбора светил при совместном или раздельном определении искомых величин определяется в результате решения общей задачи. При этом различные способы как совместного, так и раздельного определения широты, времени и направления меридиана должны вытекать из решения общей задачи как отдельные частные случаи.

Принципиально решение задачи совместного определения широты, времени и направления меридиана из азимутальных наблюдений светил в различных вертикалах может быть получено не менее чем из трёх уравнений вида (1.8), т.е. по данным наблюдений по крайней мере трёх звёзд.

Для осуществления такого решения, выразив азимуты светил в функции измеренных направлений на светила, а соответствующие часовые углы – в функции наблюденных показаний хронометра, будем иметь:

$$A'_1 = N'_1 - M_N, A'_2 = N'_2 - M_N, A'_3 = N'_3 - M_N, \quad (4.1)$$

где N'_1, N'_2, N'_3 – измеренные значения направлений на светила; M_N – место севера на горизонтальном лимбе прибора;

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= T_1 + u + \omega(T_1 - X) - \alpha_1 \\ t_2 &= T_2 + u + \omega(T_2 - X) - \alpha_2 \\ t_3 &= T_3 + u + \omega(T_3 - X) - \alpha_3 \end{aligned} \right\}, \quad (4.2)$$

где T_1, T_2, T_3 – показания хронометра, соответствующие моментам наблюдения звёзд; X – момент по хронометру, для которого определяется поправка u ; ω – часовой ход хронометра.

Положив

$$\left. \begin{aligned} k' &= t_2 - t_1 = (T_2 - T_1) + \omega(T_2 - T_1) - (\alpha_2 - \alpha_1) \\ k'' &= t_3 - t_1 = (T_3 - T_1) + \omega(T_3 - T_1) - (\alpha_3 - \alpha_1) \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

получим

$$A_{0i} = \text{arcctg}(\sin \varphi_0 \text{ctg } t_{0i} - \cos \varphi_0 \text{tg } \delta_i \text{cosec } t_{0i}), \quad (4.8)$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \varphi}\right)_i = \sin A_i \text{ctg } z_i, \quad (4.9)$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_i = \frac{\cos \delta_i \cos q_i}{\sin z_i} = \sin \varphi_0 - \cos \varphi_0 \text{ctg } z_i \cos A_{0i}. \quad (4.10)$$

На основании рис. 4.1 имеем следующую зависимость между точными (уравненными) значениями A , M_N и N_i

$$A_i + M_N = N_i. \quad (4.11)$$

Из наблюдений известны измеренное значение горизонтального направления на светило N'_i и показание хронометра в момент наблюдения светила T_{Hi} . Кроме того, известны предварительные координаты пункта φ_0 и λ_0 .

Из приёмов радиосигналов можно определить с принятой долготой пункта λ_0 предварительное значение поправки хронометра u_0 и ход хронометра ω .

Пользуясь полученными значениями φ_0 и λ_0 , а также T_{Hi} , можно вычислить предварительное значение часового угла t_{0i} и азимута светила A_{0i} по формулам (4.6) и (4.8) соответственно.

Со счислимым азимутом светила A_{0i} предварительное значение места Севера M_N° на горизонтальном круге вычислится по формуле

$$M_N^\circ = N'_i - A_{0i}. \quad (4.12)$$

Уравненные значения N_i , A_i и M_N в функции измеренных или вычисленных предварительных значений этих же величин можно представить в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} N_i &= N'_i + v_i \\ A_i &= A_{0i} + \Delta A_i \\ M_N &= M_N^\circ + \Delta M_N \end{aligned} \right\}, \quad (4.13)$$

где v_i – поправка измеренного направления на светило N'_i ; $\Delta A_i = \left(\frac{\partial A}{\partial \varphi}\right)_i \Delta \varphi + \left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_i \Delta u$ – поправка счислимого азимута A_{0i} за неверно принятые значения φ_0 и u_0 ; ΔM_N – поправка предварительного значения места Севера M_N° .

Подставив выражения (4.13) в (4.11), получим уравнение поправок для измеренного горизонтального направления

$$\Delta M_N + \Delta A_i + l_i = v_i, \quad (4.14)$$

в котором

$$l_i = (A_{0i} + \Sigma_i + M_N^\circ) - N'_i. \quad (4.15)$$

В выражении (4.15) Σ_i – сумма методических поправок вычисленного азимута светила.

Учитывая выражения (4.7) – (9.9) для каждого измеренного горизонтального направления на светило будем иметь окончательное уравнение поправок

$$\Delta M_N + \sin A_i \operatorname{ctg} z_i \Delta \varphi + 15(\sin \varphi_0 \operatorname{ctg} z_i \cos A_i) \Delta u + l_i = v_i. \quad (4.16)$$

В практике астрономических определений часто встаёт задача определения азимута направления на местный предмет. Для этой цели, кроме измерения направления N'_i на светило, измеряют также горизонтальное направление на местный предмет M'_i (см. рис. 4.2). Астрономический азимут направления на местный предмет может быть определён по одной из следующих формул:

$$a = M_i - M_N \quad (4.17)$$

или

$$a = A_i + Q_i, \quad (4.18)$$

где $Q'_i = M'_i - N'_i$ – измеренный угол между светилом и местным предметом.

Если в качестве необходимого неизвестного вместо M_N принять азимут направления на местный предмет

$$a = a_0 + \Delta a, \quad (4.19)$$

где a_0 – предварительное значение азимута; Δa – поправка предварительного значения азимута направления на местный предмет,

то в этом случае уравнение поправок для измеренного горизонтального угла примет вид

$$\Delta a - \sin A_i \operatorname{ctg} z_i \Delta \varphi - 15(\sin \varphi_0 - \cos \varphi_0 \operatorname{ctg} z_i \cos A_i) \Delta u + l'_i = v'_i, \quad (4.20)$$

где $l'_i = [a_0 - (A_{0i} + \Sigma_i)] - Q'_i$; v'_i – поправка измеренного угла Q'_i .

Если наблюдения серии звёзд располагать в промежутке между двумя приёмами радиосигналов точного времени, то в результате совместной обработки

данных наблюдений и приёма радиосигналов возможно непосредственно получить значения географических координат (широты и долготы) места наблюдений, азимута направления на местный предмет (или M_N на горизонтальном круге).

Уравнения поправок для измеренного горизонтального направления или горизонтального угла соответственно примут в этом случае вид

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_N + \sin A_{0i} \operatorname{ctg} z_i \Delta \varphi + 15(\sin \varphi_0 - \cos \varphi_0 \operatorname{ctg} z_i \cos A_{0i}) \Delta \lambda + l_i &= v_i \\ \Delta a - \sin A_{0i} \operatorname{ctg} z_i \Delta \varphi - 15(\sin \varphi_0 - \cos \varphi_0 \operatorname{ctg} z_i \cos A_{0i}) \Delta \lambda + l'_i &= v'_i \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

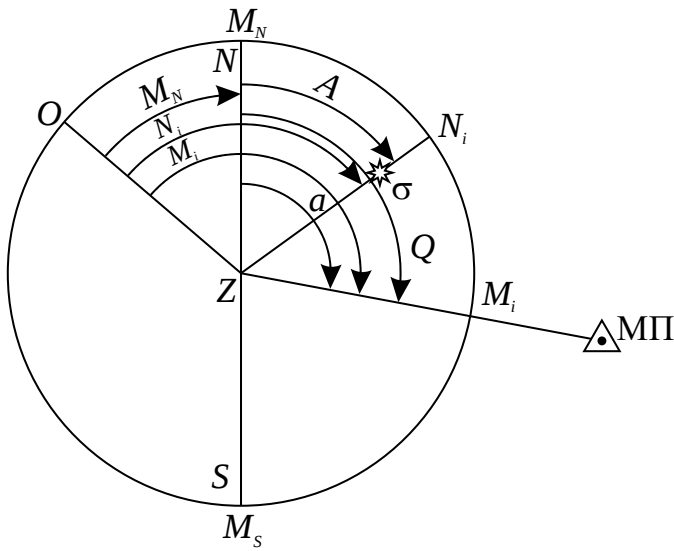


Рис. 4.2.

В полученных линейных уравнениях поправок имеем три независимых параметрических неизвестных: ΔM_N (Δa), $\Delta \varphi$ и $\Delta \lambda$. Для их совместного определения необходимо произвести наблюдения по крайней мере трёх звёзд. Если произведены наблюдения n звёзд в различных вертикалях, причём $n > 3$, то для определения трёх неизвестных будем

иметь избыточное число $n - 3$ уравнений поправок. Решая систему из n уравнений поправок по методу наименьших квадратов, найдём вероятнейшие значения определяемых величин и можем оценить точность их вывода.

§ 4.2 Решение уравнений поправок

Для решения общей задачи азимутальных способов с условными координатами пункта φ_0 и λ_0 будет иметь n уравнений поправок вида

$$\Delta a' + b_i x + c_i y + l'_i = v'_i \text{ с весом } P_i = \sin^2 z_i, \quad (4.22)$$

где $l_i = [a_0 - (A'_{0i} + \Sigma_i) - Q'_i]$;

по числу наблюдаемых светил в произвольных азимутах и на произвольных зенитных расстояниях. Система нормальных уравнений, соответствующая n уравнениям поправок, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} [P]\Delta a' + [Pb]x + [Pc]y + [Pl] &= 0 \\ [Pb]\Delta a' + [Pbb]x + [Pbc]y + [Pbl] &= 0 \\ [Pc]\Delta a' + [Pbc]x + [Pcc]y + [Pcl] &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.23)$$

Численные значения неизвестных определяются на основании стандартных формул:

$$\Delta a' = \frac{\Delta'_{a'}}{\Delta}; x = \frac{\Delta_x}{\Delta}; y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad (4.24)$$

где Δ – определитель системы нормальных уравнений; $\Delta'_{a'}$, Δ_x , Δ_y – определители, полученные путём замены в определителе Δ коэффициентов при соответствующем неизвестном свободными членами нормальных уравнений, взятыми с обратными знаками.

Оценка точности производится по известным формулам метода наименьших квадратов:

– средняя квадратическая погрешность единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{[Pv^2]}{n-3}}; \quad (4.25)$$

– средние квадратические погрешности уравненных значений неизвестных

$$m_{a'} = \frac{\mu}{\sqrt{P_{a'}}}; m_x = \frac{\mu}{\sqrt{P_x}}; m_y = \frac{\mu}{\sqrt{P_y}}. \quad (4.26)$$

При решении системы нормальных уравнений с помощью определителей значение $[Pv^2]$ находится по формуле

$$[Pv^2] = [Pl] + [Pl]\Delta a' + [Pbl]x + [Pcl]y \quad (4.27)$$

и контролируется путём вычисления v и $[Pv^2]$ из уравнений поправок.

Веса уравненных значений определяемых величин находятся по стандартным формулам

$$P_{a'} = \frac{\Delta}{\Delta_{11}}; P_x = \frac{\Delta}{\Delta_{22}}; P_y = \frac{\Delta}{\Delta_{33}}, \quad (4.28)$$

где Δ_{11} , Δ_{22} , Δ_{33} – алгебраические дополнения, вычисляемые для квадратичных элементов определителя Δ :

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} [Pbb] & [Pbc] \\ [Pbc] & [Pcc] \end{vmatrix}; \Delta_{22} = \begin{vmatrix} [P] & [Pc] \\ [Pc] & [Pcc] \end{vmatrix}; \Delta_{33} = \begin{vmatrix} [P] & [Pb] \\ [Pb] & [Pbb] \end{vmatrix}. \quad (4.29)$$

Веса уравненных значений неизвестных являются функциями только зенитных расстояний и азимутов светил и не зависят от широты пункта. Поэтому средние квадратические погрешности принятых независимых параметров, определяемые по формуле (4.26), также не зависят от широты пункта.

Средние квадратические погрешности геодезического азимута и астрономо-геодезических составляющих уклонения отвесной линии будут

$$m_{a_r}^2 = m_{a'}^2 + m_L^2 \sin^2 \varphi; m_{\xi}^2 = m_x^2 + m_B^2; m_{\eta}^2 = m_y^2 + m_L^2 \cos^2 \varphi. \quad (4.30)$$

Полагая, что в среднем для пунктов астрономо-геодезической сети погрешности геодезических координат существенно меньше погрешностей астрономических определений, получим

$$m_{a_r} \approx m_{a'}; m_{\xi} \approx m_x; m_{\eta} \approx m_y. \quad (4.31)$$

Таким образом, точность непосредственного определения геодезического азимута и составляющих уклонения отвесной линии на пунктах Лапласа определяется в основном точностью астрономических определений и не зависит от широты пункта.

Средние квадратические погрешности определения астрономических координат и астрономического азимута будут

$$m_{\varphi} = m_x; m_{\lambda} = \frac{1}{15} m_y \sec \varphi, \quad (4.32)$$

$$m_a^2 = m_{a'}^2 + m_y^2 \operatorname{tg}^2 \varphi. \quad (4.33)$$

Из формул (4.32) и (4.33) следует:

- погрешность определения астрономической широты не зависит от широты пункта;
- погрешность астрономической долготы (времени) возрастает с увеличением широты пропорционально $\sec \varphi$ независимо от методов её определения;

– погрешность астрономического азимута возрастает с увеличением широты в соответствии с формулой (4.33).

§ 4.3 Обоснование выгоднейших условий наблюдений

Обоснование выгоднейших условий наблюдений в способах астрономических определений должно строиться на принципе максимального веса уравненных значений определяемых величин.

$$P_{a'} = [\sin^2 z] - \frac{[\sin z \cos z \cos A]^2}{[(\cos z \cos A)^2]} - \frac{\left\{ -[\sin z \cos z \sin A] - \frac{[\cos z \sin z \cos A][\cos^2 z \sin A \cos A]}{[(\cos z \cos A)^2]} \right\}^2}{[(\cos z \sin A)^2] - \frac{[\cos^2 z \cos A \sin A]^2}{[(\cos z \cos A)^2]}}; \quad (4.34)$$

$$P_x = [(\cos z \sin A)^2] - \frac{[\sin z \cos z \cos A]^2}{[\sin^2 z]} - \frac{\left\{ -[\cos^2 z \cos A \sin A] - \frac{[\sin z \cos z \sin A][\sin z \cos z \cos A]}{[\sin^2 z]} \right\}^2}{[(\cos z \sin A)^2] - \frac{[\sin z \cos z \cos A]^2}{[\sin^2 z]}}; \quad (4.35)$$

$$P_y = [(\cos z \cos A)^2] - \frac{[\sin z \cos z \cos A]^2}{[\sin^2 z]} - \frac{\left\{ -[\cos^2 z \cos A \sin A] - \frac{[\sin z \cos z \cos A][\sin z \cos z \sin A]}{[\sin^2 z]} \right\}^2}{[(\cos z \sin A)^2] - \frac{[\sin z \cos z \sin A]^2}{[\sin^2 z]}}. \quad (4.36)$$

Из выражений (4.34) – (4.36) видно, что веса уравненных значений принятых независимых параметров зависят только от числа n наблюдаемых светил и выбора их по зенитным расстояниям и азимутам и не зависят от широты пункта.

В соответствии с поставленной общей задачей выражения весов справедливы для любого произвольного распределения светил по их горизонтальным координатам.

Неопределённости выражений весов для наблюдений светил в меридиане или при первом вертикале объясняются нулевыми значениями коэффициентов b_i

или c_i для этих вертикалов. Указанные неопределённости легко раскрываются. Для наблюдений в меридиане коэффициенты $b_i = 0$, и система нормальных уравнений принимает вид

$$\left. \begin{aligned} [P]\Delta a' + [Pc]y + [Pl] &= 0 \\ [Pc]\Delta a' + [Pcc]y + [Pcl] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.37)$$

Выражения весов для светил в меридиане будут

$$P_{a'} = \frac{\Delta'}{\Delta'_{11}} = [\sin^2 z] - \frac{[\sin z \cos z \cos A]^2}{[(\cos z \cos A)^2]}, \quad (4.34')$$

$$P_x = 0, \quad (4.35')$$

$$P_y = \frac{\Delta'}{\Delta'_{22}} = [(\cos z \cos A)^2] - \frac{[\sin z \cos z \cos A]^2}{[\sin^2 z]}. \quad (4.36')$$

Для наблюдений в первом вертикале ($c_i = 0$) система нормальных уравнений и выражения весов соответственно будут

$$\left. \begin{aligned} [P]\Delta a' + [Pb]x + [Pl] &= 0 \\ [Pb]\Delta a' + [Pbb]x + [Pcl] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

$$P_{a'} = \frac{\Delta''}{\Delta''_{11}} = [\sin^2 z] - \frac{[\sin z \cos z \cos A]^2}{[(\cos z \sin A)^2]}, \quad (4.34'')$$

$$P_x = \frac{\Delta''}{\Delta''_{22}} = [(\cos z \sin A)^2] - \frac{[\sin z \cos z \sin A]^2}{[\sin^2 z]}, \quad (4.35'')$$

$$P_y = 0. \quad (4.36'')$$

Из выражений (4.34), (4.34'), (4.34'') следует, что для определения условного азимута a' с наибольшим весом необходимо:

- наблюдения светил производить на больших зенитных расстояниях;
- практически выбор светил для определения азимута следует производить в пределах по зенитному расстоянию от 50° до 80° ;
- на зенитных расстояниях, превышающих 80° , производить наблюдения нецелесообразно вследствие неблагоприятного влияния колебаний нижних слоёв атмосферы на качество изображений светил, а также возможного влияния боковой рефракции;
- выбор светил осуществлять при соблюдении условий симметричности

$$\left. \begin{aligned} [\sin z \cos z \cos A] &= 0 \\ [\sin z \cos z \sin A] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.39)$$

Условия симметричности (4.39) будут соблюдены:

- при равномерном распределении светил по азимутам;
- при наблюдениях светил в плоскости любого произвольного вертикала, равным числом по обе стороны от зенита, примерно на одинаковых средних зенитных расстояниях.

При соблюдении условий (4.39) вес уравненного азимута будет

$$P_{a'} \approx n \sin^2 z_{\text{cp}}, \quad (4.40)$$

где n – число светил, послуживших для вывода азимута.

На основании (4.31) вес геодезического азимута, определённого непосредственным методом, практически равен весу уравненного значения условного азимута, т.е.

$$P_{a_r} \approx P_{a'}.$$

В зависимости от среднего зенитного расстояния наблюдаемых светил вес условного (геодезического) азимута, найденный по формуле (4.40), представлен в табл. 4.1.

Таблица 4.1

z_{cp}	45°	50°	60°	70°	80°
$P_{a'}$	$0.50n$	$0.59n$	$0.75n$	$0.88n$	$0.97n$

Для установления выгоднейших условий определения астрономического азимута и веса его уравненного значения необходимо произвести анализ выражения (4.33). Анализ формулы $m_a^2 = m_a'^2 + m_y^2 \operatorname{tg}^2 \varphi$ позволяет сделать вывод, что погрешность определения астрономического азимута будет минимальна при наблюдениях звёзд в меридиане, расположенных симметрично относительно зенита. В этом случае, с учётом весов уравненных величин, представленных формулами (4.34') – (4.36'), получим

$$m_a^2 = \frac{\mu^2}{n \sin^2 z_{\text{cp}}} + \frac{\mu^2}{n \cos^2 z_{\text{cp}}} \operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{\mu^2}{n} \left(\frac{1}{\sin^2 z_{\text{cp}}} + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{\cos^2 z_{\text{cp}}} \right), \quad (4.41)$$

где z_{cp} – среднее зенитное расстояние наблюдаемых звёзд, n – общее число звёзд, необходимое для определения a' и y .

Для пункта с широтой φ , при данных средствах наблюдений (данном значении μ), наименьшая погрешность астрономического азимута будет при

$$F = \frac{1}{\sin^2 z_{\text{cp}}} + \frac{\text{tg}^2 \varphi}{\cos^2 z_{\text{cp}}} = \min, \text{ т. е. при } \frac{\partial F}{\partial z} = 0.$$

В результате дифференцирования будем иметь

$$\frac{\partial F}{\partial z} = 2 \sin z_{\text{cp}} \cos z_{\text{cp}} \left(-\frac{1}{\sin^4 z_{\text{cp}}} + \frac{\text{tg}^2 \varphi}{\cos^4 z_{\text{cp}}} \right).$$

Для выполнения условия $\frac{\partial F}{\partial z} = 0$ необходимо, чтобы

$$\frac{\text{tg}^2 \varphi}{\cos^4 z_{\text{cp}}} - \frac{1}{\sin^4 z_{\text{cp}}} = 0, \quad (4.42)$$

откуда

$$\text{tg} z_{\text{cp}} = \sqrt{\text{ctg} \varphi}. \quad (4.43)$$

Решение уравнения (4.42) позволяет также найти

$$\sin^2 z_{\text{cp}} = \frac{1}{1 + \text{tg} \varphi} \text{ и } \cos^2 z_{\text{cp}} = \frac{\text{tg} \varphi}{1 + \text{tg} \varphi}. \quad (4.44)$$

С учётом полученных выражений наименьшая погрешность астрономического азимута для пункта с широтой φ на основании (4.41) и (4.44) будет

$$m_a = \frac{\mu}{\sqrt{n}} (1 + \text{tg} \varphi), \quad (4.33')$$

при этом наблюдения северной и южной групп звёзд необходимо производить на среднем зенитном расстоянии, определяемом формулами (4.43) или (4.44).

Исследование формулы $m_a^2 = m_a'^2 + m_y^2 \text{tg}^2 \varphi$ показывает, что погрешность будет близка к своему минимальному значению:

– при условии $m_{a'} = m_y \text{tg} \varphi$, что соответствует наблюдениям двух численно равных групп звёзд в меридиане, расположенных симметрично относительно зенита, на среднем зенитном расстоянии $z_{\text{cp}} = 90^\circ - \varphi$, т.е. на зенитном расстоянии Полярной звезды; при этом наблюдения северной группы из $\frac{n}{2}$ звёзд можно заменить многократными наблюдениями Полярной;

– при условии $m_{a'} = m_y$, что соответствует наблюдениям двух численно равных групп звёзд в меридиане, расположенных симметрично относительно зенита, на среднем зенитном расстоянии $z_{\text{ср}} = 45^\circ$; такое же ожидаемое значение m_a будет при наблюдениях одной группы из $\frac{n}{2}$ звёзд вблизи зенита и другой группы из $\frac{n}{2}$ звёзд вблизи горизонта; при этом звёзды в каждой группе должны располагаться симметрично относительно зенита.

Средняя квадратическая погрешность определения астрономического азимута при соблюдении указанных условий будет

$$m_a = \frac{\mu}{\sqrt{n}} \sqrt{2} \sec \varphi = m_{a'} \sec \varphi, \quad (4.33'')$$

где n – число звёзд, необходимое для совместного определения a' и y .

Такое же значение погрешности астрономического азимута будет и при отдельных определениях a' и y . При этом случайные погрешности определения астрономического азимута будут примерно одинаковы как для многократных наблюдений Полярной, так и для наблюдений группы звёзд вблизи горизонта, расположенных симметрично относительно зенита. В последнем случае выбор вертикала для наблюдений звёзд не имеет принципиального значения.

Численные значения погрешностей астрономического азимута, соответствующие формулам (4.33') и (4.33''), представлены в табл. 4.2, из которой следует, что погрешность определения астрономического азимута, подсчитанная по формуле (4.33'') для широт от 20° до 75° , практически не отличается от минимальной погрешности астрономического азимута, определяемой формулой (4.33').

На этом основании можно полагать, что средняя квадратическая погрешность определения астрономического азимута возрастает с увеличением широты пункта пропорционально $\sec \varphi$ независимо от методов его определения.

Вес астрономического азимута, в соответствии с (4.33''), будет

$$P_a = P_{a'} \cos^2 \varphi. \quad (4.40')$$

Численные значения средних зенитных расстояний звёзд при определениях астрономического азимута для всех указанных выше условий представлены в табл. 4.3.

Как видно, для широт от 20° до 70° теоретические значения средних зенитных расстояний, соответствующих минимальной погрешности астрономического азимута, находятся почти строго на середине между значениями $z_{\text{ср}} = 90^\circ - \varphi$ и $z_{\text{ср}} = 45^\circ$.

Анализ выражений весов (4.35) и (4.36) позволяет установить выгоднейшие условия наблюдений для определения составляющих уклонения отвесной линии (широты и времени).

Так, для определения x (φ) с максимальным весом наблюдения светил следует производить в первом вертикале, на малых зенитных расстояниях, равным числом по обе стороны от зенита. при указанном выборе звёзд

$$[\sin z \cos z \sin A] \approx 0 \quad (4.45)$$

и, следовательно,

$$P_\varphi = P_x = [\cos^2 z] \approx n \cos^2 z_{\text{ср}}. \quad (4.46)$$

В зависимости от среднего зенитного расстояния вес P_x дан в табл. 4.4.

Для определения y с максимальным весом наблюдения светил необходимо производить в меридиане, на малых зенитных расстояниях, симметрично относительно зенита. При указанном выборе звёзд

$$[\sin z \cos z \cos A] \approx 0 \quad (4.47)$$

и, следовательно,

$$P_y = [\cos^2 z] \approx n \cos^2 z_{\text{ср}}. \quad (4.48)$$

Численное значение P_y в зависимости от среднего зенитного расстояния наблюдаемых звёзд можно представить в виде такой же таблицы, как и для P_x . На основании (4.32) вес уравниваемого значения долготы (времени) будет

$$P_\lambda = P_u = P_y \cos^2 \varphi. \quad (4.48')$$

Равенства (4.35') и (4.36'') являются следствием очевидного положения, что посредством азимутальных наблюдений светил в меридиане невозможно определить составляющую уклонения отвеса x (ξ), а из наблюдений светил в первом вертикале невозможно определить составляющую уклонения отвеса y (η).

В способах совместного определения азимута и составляющих уклонения отвесной линии нельзя достигнуть максимального веса уравненного значения одновременно для всех определяемых величин. Поэтому при совместном определении указанных величин нужно задаться необходимым для решения данной задачи соотношением весов их уравненных значений, т.е. поставить дополнительные условия вида

$$P_{a'} = k_x P_x = k_y P_y, \quad (4.49)$$

где k_x и k_y – коэффициенты пропорциональности, устанавливаемые для каждой конкретной задачи.

Для совместного определения азимута и составляющих уклонения отвесной линии при условии равенства весов их уравненных значений светила необходимо наблюдать на среднем зенитном расстоянии $z_{\text{ср}} = 35.3^\circ$, распределяя их либо равномерно по азимутам или располагая в плоскостях двух любых взаимно перпендикулярных вертикалов симметрично относительно зенита; численные значения весов уравненных величин при этом будут

$$P_{a'} = P_x = P_y = \frac{n}{3}. \quad (4.50)$$

Очевидно, что при изменении среднего зенитного расстояния наблюдаемых светил будет изменяться соотношение весов уравненных значений неизвестных.

В зависимости от принятых численных значений коэффициентов k_x и k_y в формуле (4.49), при условии равномерного распределения светил по азимутам, значения весов $P_{a'}$, P_x и P_y представлены в табл. 4.5.

Таблица 4.2

m_a	φ°				
	0°	10°	20°	30°	40°

$m_a = \frac{\mu}{\sqrt{n}}(1 + \operatorname{tg} \varphi)$	$\frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$1.18 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$1.36 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$1.58 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$1.84 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$
$m_a = \frac{\mu}{\sqrt{n}} \sqrt{2} \sec \varphi$	$\pm 1.41 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$\pm 1.43 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$1.50 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$1.63 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$1.84 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$
	45°	50°	60°	70°	80°
$m_a = \frac{\mu}{\sqrt{n}}(1 + \operatorname{tg} \varphi)$	$2.00 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$2.19 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$2.73 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$3.75 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$6.67 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$
$m_a = \frac{\mu}{\sqrt{n}} \sqrt{2} \sec \varphi$	$2.00 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$2.20 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$2.83 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$4.13 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$	$8.14 \frac{\mu}{\sqrt{n}}$

Таблица 4.3

φ°	$z_{cp} = \operatorname{arctg} \sqrt{\operatorname{ctg} \varphi}$	$z_{cp} = 90^\circ - \varphi$	$z_{cp} = 45^\circ$
0°	90°	90°	45°
10	67.2	80	45
20	58.9	70	45
30	52.7	60	45
40	47.5	60	45
45	45.0	45	45
50	42.5	40	45
60	37.2	30	45
70	1.1	20	45
80	2.8	10	45

Таблица 4.4

z_{cp}	5°	10°	20°	30°	40°	45°
$P_\varphi = P_x$	0.99	0.97	0.88	0.97	0.59	0.50

Таблица 4.5

$k_x = k_y$	z_{cp}	$P_{a'}$	P_x	P_y
$\frac{1}{16}$	10.0°	0.03	0.485	0.485
$\frac{1}{8}$	14.0	0.06	0.47	0.47
$\frac{1}{4}$	19.5	0.12	0.44	0.44

$\frac{1}{2}$	26.5	0.20	0.40	0.40
1	35.3	0.33	0.33	0.33
2	45.0	0.50	0.25	0.25
4	54.8	0.66	0.16	0.16
8	63.5	0.80	0.10	0.10
12	70.5	0.89	0.055	0.055

Таким образом, на основе поставленной конкретной задачи по определению a' , x и y , пользуясь выражениями (4.34), (4.35), (4.36) весов уравненных неизвестных, можно найти оптимальные условия наблюдения для её решения. При этом способы раздельного определения азимута и составляющих уклонения отвесной линии можно рассматривать как частные случаи способов совместного определения указанных величин.

Если в способах совместного определения принимается условие равенства весов $P_{a'} = P_x = P_y$, то в способах раздельного определения выгоднейшими условиями наблюдений являются условия, при которых вес уравненного значения определяемой величины будет максимальным, т.е.

$$P_{a'} = \max, P_x = \max, P_y = \max.$$

Таким образом, если при одинаковой методике измерений затраты средств и времени исчислять числом наблюдаемых светил, то для достижения одинаковой точности определяемых величин способы совместного определения a' , x и y не имеют преимущества перед способами их раздельного определения.

Если же учитывать возможное влияние систематических погрешностей наблюдений, то способы раздельного определения неизвестных будут предпочтительнее способов их совместного определения, так как при раздельных определениях, производимых в наивыгоднейших условиях, наиболее полно ослабляется влияние не только случайных, но и систематических источников погрешностей.

При обосновании способов геодезической астрономии должно соблюдаться то правило, что наибольшей точности определений достигают не посредством большого числа наблюдений менее точных, а посредством малого числа наблюдений, точных во всех их элементах.

Построение целесообразных способов как совместного, так и отдельного определения a' , x и y требует также неуклонного соблюдения принципа симметрии в выборе светил по зенитным расстояниям и азимутам.

При соблюдении этого принципа неквадратичные коэффициенты системы нормальных уравнений становятся близкими к нулю, а сами нормальные уравнения слабо зависимы между собой. Вследствие этого существенно повышается вес и точность уравниваемых величин, особенно в способах отдельного определения азимута и составляющих уклонения отвесной линии. Для этих способов повышение точности одной определяемой величины происходит за счёт резкого понижения точности других необходимых величин. Нарушение принципа симметрии в выборе светил для таких условий приводит к плохой обусловленности системы нормальных уравнений и снижению точности определяемой величины.

Приведённое выше решение общей задачи позволяет создать не только строгую и общую для всех способов методику обоснования выгоднейших условий наблюдений, основанную на анализе весов уравненных значений определяемых неизвестных, но также и общую *методику вычислений и оценки точности*.

ГЛАВА 5. ПРИБЛИЖЁННЫЕ СПОСОБЫ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ

§ 5.1 Определение широты по зенитным расстояниям Полярной

Для приближённого определения широты с точностью нескольких секунд дуги целесообразно производить измерения зенитных расстояний Полярной звезды. При наблюдениях оптическим теодолитом и секундомером (или часами) достаточно выполнить 2 – 3 приёма измерения зенитного расстояния Полярной,

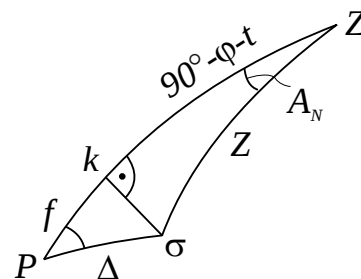


Рис. 5.1.

чтобы определить широту пункта с погрешностью, не превышающей 3". Вычисления широты осуществляется с помощью таблиц Астрономического Ежегодника.

На рис. 5.1 изображён параллактический треугольник $PZ\sigma$ для Полярной звезды. Опустим сферический перпендикуляр σk из точки σ на меридиан PZ . Сферический прямоугольный треугольник $Pk\sigma$ мал, так как полярное расстояние Δ Полярной звезды в настоящее время меньше 1° .

Для приближённых определений решим этот треугольник как плоский, получим

$$f = \Delta \cos t, \quad (5.1)$$

где t – часовой угол Полярной в момент наблюдения.

Из прямоугольного сферического треугольника $Zk\sigma$ имеем

$$\cos A_N = \operatorname{ctg}(\varphi + f) \operatorname{ctg} z = \frac{\operatorname{tg}[90^\circ - (\varphi + t)]}{\operatorname{tg} z}. \quad (5.2)$$

Вычтем обе части этого уравнения из единицы, получим

$$\begin{aligned}
1 - \cos A_N &= 2 \sin^2 \frac{A_N}{2} = \frac{\operatorname{tg} z - \operatorname{tg}[90^\circ - (\varphi + t)]}{\operatorname{tg} z} \\
&= \frac{\frac{\sin z}{\cos z} - \frac{\sin(90^\circ - \varphi - f)}{\cos(90^\circ - \varphi - f)}}{\operatorname{tg} z} \\
&= \frac{\sin z \cos(90^\circ - \varphi - f) - \cos z \sin(90^\circ - \varphi - f)}{\cos z \cos(90^\circ - \varphi - f) \operatorname{tg} z} \\
&= \frac{\sin[z - (90^\circ - \varphi - f)]}{\sin z \cos(90^\circ - \varphi - f)},
\end{aligned} \tag{5.3}$$

откуда

$$\sin[z - (90^\circ - \varphi - f)] = 2 \sin^2 \frac{A_N}{2} \sin z \cos(90^\circ - \varphi - f). \tag{5.4}$$

Величины $z - (90^\circ - \varphi - f)$ и A_N малы. Поэтому с достаточной для нас точностью можем разложить синусы этих величин в ряд и ограничиться первыми членами разложения. На этом основании можно положить

$$\cos z = \cos(90^\circ - \varphi - f). \tag{5.5}$$

После разложения в ряд получим

$$z - (90^\circ - \varphi - f) = \frac{A_N^2}{2\rho} \sin z \cos z. \tag{5.6}$$

Азимут Полярной получим из сферического треугольника $PZ\sigma$ по формуле синусов

$$\sin A_N = \frac{\sin \Delta \sin t}{\sin z}. \tag{5.7}$$

Так как A_N и Δ малы, то будем иметь

$$A_N = \frac{\Delta \sin t}{\sin z}. \tag{5.7}$$

Подставив значение A_N в формулу (5.6) получим

$$z - 90^\circ + \varphi + f = \frac{\Delta^2}{2\rho} \sin^2 t \operatorname{ctg} z \tag{5.8}$$

или

$$\varphi = 90^\circ - z - f + \frac{\Delta^2}{2\rho} \sin^2 t \operatorname{ctg} z = 90^\circ - z - \Delta \cos t + \frac{\Delta^2}{2\rho} \sin^2 t \operatorname{ctg} z. \tag{5.9}$$

По формуле (5.9) составлены таблицы АЕ. При составлении таблиц координат Полярной α_0 и δ_0 взяты на начало данного года. Для учёта изменения координат в течение года имеются дополнительные таблицы, которые основаны на следующем.

Представим полярное расстояние Δ и часовой угол t в функции их значений на начало года и малых приращений, т.е.

$$\Delta = \Delta_0 - \Delta\delta, \quad t = t_0 - \Delta\alpha. \quad (5.10)$$

Тогда

$$\Delta \cos t = (\Delta_0 - \Delta\delta) \cos(t_0 - \Delta\alpha), \quad (5.11)$$

где

$$\begin{aligned} \cos(t_0 - \Delta\alpha) &= \cos t_0 \cos \Delta\alpha + \sin t_0 \sin \Delta\alpha \\ &= \cos t_0 + \frac{15\Delta\alpha^s}{\rho'} \sin t_0, \end{aligned} \quad (5.12)$$

следовательно,

$$\Delta \cos t = \Delta_0 \cos t_0 + 15 \frac{\Delta_0}{\rho'} \sin t_0 \Delta\alpha - \cos t_0 \Delta\delta - 15 \sin t_0 \frac{\Delta\delta\Delta\alpha}{\rho'}. \quad (5.13)$$

Последний член этого выражения пренебрегаемо мал по сравнению с предыдущим.

Последнее слагаемое в выражении (5.9), вследствие его малости, можно представить в виде

$$\frac{\Delta^2}{2\rho'} \sin^2 t \operatorname{ctg} z = \frac{\Delta_0^2}{2\rho'} \sin^2 t_0 \operatorname{ctg} z. \quad (5.14)$$

Таким образом, окончательно имеем

$$\varphi = 90^\circ - z - \Delta_0 \cos t_0 + \frac{\Delta_0^2}{2\rho'} \sin^2 t_0 \operatorname{ctg} z - \frac{15\Delta_0}{\rho'} \sin t_0 \Delta\alpha + \Delta\delta \cos t_0. \quad (5.15)$$

В таблицах Астрономического Ежегодника обозначено

$$\left. \begin{aligned} I &= -\Delta_0 \cos t_0 \\ II &= \frac{\Delta_0^2}{\delta'} \sin t_0 \operatorname{ctg} z \\ III &= -15 \frac{\Delta_0}{\delta'} \sin t_0 \Delta\alpha + \Delta\delta \cos t_0 \end{aligned} \right\}. \quad (5.16)$$

С этими обозначениями широта вычисляется по формуле

$$\varphi = 90^\circ - z + I + II + III. \quad (5.15')$$

Из таблиц АЕ величину I выбирают по аргументу местного звёздного времени s ; величину II – по аргументу s и высоте Полярной $h = 90^\circ - z$; величину III – по аргументу s и дате наблюдений.

Измерения зенитных расстояний Полярной производят при двух положениях вертикального круга.

Для учёта влияния рефракции измеряют температуру воздуха и давление.

Поправку часов или секундомера необходимо знать с точностью до 0.1^m .

§ 5.2 Определение широты по измеренным зенитным расстояниям Солнца

Приближённые определения широты, долготы и азимута днём с помощью небольших переносных приборов обычно производят по наблюдениям Солнца. Принципиально указанные определения по Солнцу не отличаются от соответствующих определений по наблюдениям отдельных звёзд.

В соответствии с выгоднейшими условиями для определения широты по измеренным зенитным расстояниям светил Солнце необходимо наблюдать в меридиане или в непосредственной близости от него. Если произвести измерение зенитного расстояния Солнца точно в момент его кульминации ($t_\odot = 0$), то широта пункта определится по известной формуле

$$\varphi = z_\odot + \delta_\odot, \quad (5.17)$$

где склонение Солнца $\delta_\odot$ интерполируется на момент местного истинного полдня.

Однако в самом меридиане можно произвести лишь одиночное визирование на Солнце, которое может сопровождаться большой случайной погрешностью и является бесконтрольным. С целью ослабления влияния случайных погрешностей наблюдение Солнца в каждом приёме производится многократно, при двух положениях вертикального круга теодолита. В этом случае возникает задача редуцирования наблюдений Солнца, выполненных вне меридиана, на ме-

ридиан, либо вычисления широты для каждого наблюдения с известным часовым углом Солнца. Формулы для вычисления широты в последнем из указанных случаев наиболее просты и целесообразны.

Исходной является основная формула зенитальных способов – формула косинуса зенитного расстояния

$$\cos z_{\odot} = \sin \varphi \sin \delta_{\odot} + \cos \varphi \cos \delta_{\odot} \cos t_{\odot}. \quad (5.18)$$

Если известны часовой угол t и склонение Солнца в момент измерения его зенитного расстояния $z_{\odot}$, то в данной формуле остаётся одно неизвестное – φ . Задача преобразования данной формулы состоит в том, чтобы найти определяемое значение φ через известные величины $z_{\odot}$, $\delta_{\odot}$ и $t_{\odot}$. С этой целью введём следующие обозначения:

$$\cos K \sin M = \sin \delta_{\odot}; \quad \cos K \cos M = \cos \delta_{\odot} \cos t_{\odot}, \quad (5.19)$$

откуда неизвестные M и K определяются из равенств

$$\operatorname{tg} M = \frac{\operatorname{tg} \delta_{\odot}}{\cos t_{\odot}}, \quad (5.20)$$

$$\cos K = \frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin M}. \quad (5.21)$$

С принятыми обозначениями формула для $\cos z_{\odot}$ примет вид

$$\begin{aligned} \cos z_{\odot} &= \sin \varphi \cos K \sin M + \cos \varphi \cos K \cos M \\ &= \cos K (\sin \varphi \sin M + \cos \varphi \cos M), \end{aligned} \quad (5.22)$$

или

$$\cos z_{\odot} = \cos K \cos(\varphi - M). \quad (5.23)$$

Подставив значение $\cos K$, получим

$$\cos z_{\odot} = \frac{\sin \delta_{\odot} \cos(\varphi - M)}{\sin M}, \quad (5.24)$$

откуда

$$\cos(\varphi - M) = \frac{\cos \delta_{\odot} \sin M}{\sin \delta_{\odot}}. \quad (5.25)$$

Обозначим

$$\frac{\cos \delta_{\odot} \sin M}{\sin \delta_{\odot}} = \cos N, \quad (5.26)$$

тогда

$$\varphi = M + N, \quad (5.27)$$

где

$$\operatorname{tg} M = \frac{\operatorname{tg} \delta_{\odot}}{\cos t_{\odot}}; \cos N = \frac{\cos z_{\odot} \sin M}{\sin \delta_{\odot}}.$$

Истинное зенитное расстояние Солнца, с учётом влияния рефракции и суточного параллакса, вычисляется по формуле

$$z_{\odot} = z'_{\odot} + \rho - P, \quad (5.28)$$

где $z'_{\odot}$ – зенитное расстояние, вычисленное по отсчётам вертикального лимба; ρ – рефракция; $P = P_0 \sin z'_{\odot}$ – параллакс, где горизонтальный параллакс $P \approx 9''$.

Часовой угол Солнца можно вычислять двумя способами:

1. По местному среднему времени

$$t_{\odot} = m + E = T_H + u_0 + E, \quad (5.29)$$

где T_H – момент по часам (хронометру) наблюдения Солнца; u_0 – поправка часов в момент T_H относительно местного среднего времени; E – уравнение времени $+12^h$, выбираемое из таблиц Солнца АЕ на момент $ET^h = (T_H + u_0 - \lambda + \Delta T)^h$; ΔT – приближённая разность эфемеридного и всемирного времени.

Поправка часов (хронометра) u'_0 относительно местного среднего времени определяется с известной долготой пункта из приёма радиосигналов времени по формуле

$$u'_0 = \text{UT1} + \lambda - X \text{ в момент } X, \quad (5.29)$$

где UT1 – всемирное время среднего момента подачи радиосигналов времени; X – показание часов (хронометра) в этот момент.

Поправка часов (хронометра) в момент T_H наблюдения Солнца будет

$$u_0 = u'_0 + \omega(T_H - X)^h. \quad (5.30)$$

Если при наблюдениях использовался звёздный хронометр, то его часовой ход относительно среднего времени будет примерно равен $\omega \approx -10^s$.

2. По местному звёздному времени

$$t_{\odot} = s - \alpha_{\odot} = T_H + u^* - \alpha_{\odot}, \quad (5.31)$$

где T_H – момент по часам (хронометру) наблюдения Солнца; u^* – поправка часов в момент T_H относительно местного звёздного времени; $\alpha_\odot$ – прямое восхождение Солнца, выбираемое из таблиц АЕ на момент

$$ET^h = (T_H + u^* - \lambda - S_0 + \Delta T)^h, \quad (5.32)$$

где S_0 – звёздное время в среднюю гринвичскую полночь для даты наблюдений.

Поправка часов (хронометра) u^* относительно местного звёздного времени определяется с известной долготой пункта из приёма радиосигналов времени по формуле

$$u^{*'} = UT1 + \mu UT1 + S_0 + \lambda - X \text{ в момент } X, \quad (5.33)$$

где UT1 – всемирное время среднего момента подачи радиосигналов времени; X – показания часов (хронометра) в этот момент.

Поправка часов (хронометра) в момент T_H наблюдения Солнца будет

$$u^* = u^{*'} + \omega(T_H - X). \quad (5.34)$$

Если при наблюдениях использовался средний хронометр (часы), то его часовой ход относительно звёздного времени примерно равен $\omega = +10^s$.

При нахождении величин $\delta_\odot$, $\alpha_\odot$ или E из таблиц Солнца для приближённых определений широты можно обойтись простым линейным интерполированием.

Солнце наблюдают, предварительно надев на окуляр густой фильтр, вблизи горизонта, таким образом, чтобы часть наблюдений была сделана до прохождения Солнцем меридиана, а часть – после прохождения. При этом влияние на широту погрешности в поправке часов будет минимальным.

Каждый приём наблюдения Солнца выполняется в следующем порядке:

- визирование на верхний (нижний) край Солнца, отсчёт по часам, отсчёт по вертикальному кругу КЛ (КП);
- визирование на нижний (верхний) край Солнца, отсчёт по часам, отсчёт по вертикальному лимбу КЛ (КП);
- перевод трубы через зенит;
- визирование на нижний (верхний) край Солнца, отсчёт по часам, отсчёт по вертикальному кругу КП (КЛ);

– визирование на верхний (нижний) край Солнца, отсчёт по часам, отсчёт по вертикальному лимбу КП (КЛ).

При каждом визировании средняя вертикальная нить должна располагаться примерно по центру видимого диска Солнца.

Для учёта влияния рефракции измеряют температуру и атмосферное давление. Для приближённого определения широты делают два-три приёма измерения зенитного расстояния Солнца.

§ 5.3 Определение азимута направления на земной предмет по измеренным зенитным расстояниям светил

В этом способе одновременно с измерением зенитного расстояния светила измеряется горизонтальное направление на светило.

Если дополнительно к этому измерить горизонтальное направление на земной предмет, то по формуле

$$Q = M - N \quad (5.34)$$

вычисляется горизонтальный угол между светилом и предметом, а по формуле

$$a = A + Q \quad (5.35)$$

вычисляется азимут направления на земной предмет.

Азимут светила A вычисляется по измеренному зенитному расстоянию на основании известной формулы косинуса стороны параллактического треугольника

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z + \cos \varphi \sin z \cos A_N. \quad (5.36)$$

Из этой формулы имеем

$$\cos A_N = \frac{\sin \delta - \sin \varphi \cos z}{\cos \varphi \sin z}; \quad (5.37)$$

для светила на Востоке азимут, отсчитанный от точки Севера, будет

$$A = A_N, \quad (5.38)$$

а для светила на Западе

$$A = 360^\circ - A_N. \quad (5.39)$$

Из выведенных формул, что для определения азимута направления на земной предмет по измеренным зенитным расстояниям светил не нужно точно знать время наблюдения светила.

Приблизённо время нужно здесь знать только для того, чтобы выбрать с необходимой точностью видимое склонение светила на момент наблюдений. При наблюдениях звёзд достаточно знать лишь дату наблюдений, чтобы обеспечить интерполирование склонения с погрешностью, не превышающей $1''$. При наблюдениях Солнца для интерполирования видимого склонения с той же погрешностью время необходимо знать с точностью $1 - 2^m$.

Для выяснения наивыгоднейших условий наблюдений, продифференцировав формулу (5.36) по всем элементам, получим

$$\Delta A_N = \frac{\Delta \varphi}{\cos \varphi \operatorname{tg} t} - \frac{\cos q}{\cos \varphi \sin t} \Delta z - \frac{\Delta \delta}{\cos \varphi \sin t}. \quad (5.60)$$

Из формулы (5.60) следует:

- при определении азимута по измеренным зенитным расстояниям светил влияние погрешностей $\Delta \varphi$, Δz и $\Delta \delta$ возрастает пропорционально $\sec \varphi$;
- погрешность Δz измеренного зенитного расстояния оказывает наименьшее влияние на точность определяемого азимута при наблюдениях светил в элонгации ($\cos q = 0$); для элонгации достаточно велики $\operatorname{tg} t$ и $\sin t$, поэтому влияние погрешностей $\Delta \varphi$ и $\Delta \delta$ будет небольшим; при наблюдениях же светила в восточной и западной элонгации влияние указанных погрешностей полностью исключается; однако следует иметь в виду, что в высоких широтах зенитные расстояния светил в элонгации малы, вследствие чего точность измерения горизонтальных направлений на светила будет невысокой;
- для светил, у которых $\delta < \varphi$ (не имеющих элонгации на данной широте), выгоднейшими условиями для определения азимута являются их наблюдения вблизи первого вертикала, где значения часовых углов t близки к 90° ; при этом влияние погрешностей Δz , $\Delta \varphi$ и $\Delta \delta$ будет наименьшим.

Определение азимута направления по измеренным зенитным расстояниям звёзд

Для наблюдений выбираются яркие звёзды вблизи первого вертикала на зенитных расстояниях от 40° до 70° . Звёзды выбираются визуально. Для наблюдений днём необходимо заранее вычислить эфемериды ярких звёзд.

При наблюдениях оптическим теодолитом каждый приём определений азимута по зенитному расстоянию звезды включает следующие операции. Предварительно теодолит ориентируется в меридиане нулём горизонтального лимба на Север.

При круге лево (право):

- визирование средней вертикальной нитью на земной предмет; отсчёты горизонтального лимба;
- наведение трубы на звезду; отсчёт по горизонтальному и вертикальному лимбам; перед отсчётом по вертикальному лимбу совмещают изображения концов пузырька контактного уровня.

При круге право (лево):

- наведение на звезду так же, как при первом положении теодолита; отсчёты по вертикальному и горизонтальному лимбам;
- визирование на местный предмет; отсчёты горизонтального лимба.

Для учёта рефракции определяют температуру и атмосферное давление. Для определения азимута со средней квадратической погрешностью $5 - 7''$ достаточно произвести наблюдения по приведённой программе 4 – 6 приёмами, причём одну половину звёзд следует наблюдать на востоке, а другую – на западе.

Определение азимута направления по измеренному зенитному расстоянию Солнца

Азимут направления по зенитному расстоянию Солнца определяется в утренние и вечерние часы при высоте Солнца не менее 10° .

Для наблюдений Солнца необходимо иметь часы, поправка которых относительно декретного времени данного пояса должна быть известна с погрешностью, не превышающей 2^m . Наблюдение Солнца в каждом приёме выполняется в следующем порядке.

При круге лево (право):

- наведение трубы на земной предмет; запись отсчётов по горизонтальному лимбу;
- наведение трубы на Солнце; запись отсчётов по часам (до целых минут), по вертикальному и горизонтальному лимбам.

При круге право (лево):

- наведение трубы на Солнце; запись отсчётов по часам, по вертикальному и горизонтальному лимбам;
- наведение трубы на земной предмет; запись отсчётов по горизонтальному лимбу.

Наблюдения Солнца производятся со светофильтром. После того как изображение Солнца попало в поле зрения трубы, горизонтальная нить сетки подводится наводящим винтом трубы к верхнему или к нижнему краю диска Солнца. Вращением наводящего винта край диска Солнца удерживается на этой нити до тех пор, пока изображение бокового края диска Солнца не коснётся вертикальной нити. В момент касания снимаются отсчёты по часам, вертикальному и горизонтальному лимбам теодолита.

При КЛ и КП изображение диска Солнца наблюдается в противоположных углах сетки нитей трубы. В этом случае средние из отсчётов по вертикальному и горизонтальному лимбам будут отнесены к центру Солнца.

Зенитное расстояние Солнца исправляется поправками за рефракцию и за суточный параллакс, т.е.

$$z_{\odot} = z'_{\odot} + \rho - P, \quad (5.61)$$

где $P = 9'' \sin z'_{\odot}$.

Склонение Солнца интерполируется на момент всемирного времени $UT1 = T_{N+1} - (N + 1)$. Для приближённого интерполирования можно положить $(ET)^h \approx (UT1)^h$ и $\delta_{\odot} = \delta_{\odot_0} + v_{\delta}(ET)^h$.

ГЛАВА 6. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ АСТРОМЕТРИИ

§ 6.1 Принципы построения фундаментальной системы небесных координат. Поправки равноденствия и экватора фундаментальной системы

Основной целью астрометрии является установление на небесной сфере такой инерциальной системы небесных координат, которая обладала бы только прямолинейным и равномерным движением, так как описание движения любых небесных тел основано на классической механике.

Таким образом, фундаментальная астрометрия решает следующие задачи:

1. Определение координат звёзд – прямых восхождений α и склонений δ .
2. Определение фундаментальных астрономических постоянных – величин, позволяющих учитывать изменения, полученные из наблюдений координат α и δ с течением времени.

Поскольку наблюдения звёзд выполняются с земной поверхности, то необходимо знать параметры орбитального движения Земли вокруг Солнца, а также вращательного движения вокруг собственного центра масс. Причём к параметрам вращательного движения относятся, кроме средней угловой скорости вращения и неравномерности движения, ориентация в пространстве средней оси вращений и параметры, определяющие изменение этой ориентации во времени, т.е. параметры прецессии, нутации и наклона эклиптики. К параметрам орбитального движения – ориентация орбиты в пространстве, её форма и закон движения по орбите, а также возмущения со стороны планет.

Получаемые из наблюдений с Земли координаты звёзд могут быть редуцированы к центру Солнца, если известны годовые параллаксы этих светил.

Таким образом, если $\alpha'_{\oplus}, \delta'_{\oplus}$ – координаты звезды, полученные из наблюдений в момент t , то выбрав для всех звёзд, наблюдавшихся в разное время фундаментальную эпоху t_0 , исключив из наблюдений влияние суточной абберрации и редуцировав от каждого из текущих моментов наблюдённые $\alpha'_{\oplus}, \delta'_{\oplus}$ к моменту t_0 за счёт прецессии, нутации и годичной абберрации, получим координаты α'_0, δ'_0 , отнесённые к неподвижной точке весеннего равноденствия, соответствующей моменту t_0 . Такие координаты будут *геоцентрическими*.

Если координаты α'_0, δ'_0 редуцировать за счёт годичных параллаксов звёзд к центру масс Солнца, то получим $\alpha'_{\odot}, \delta'_{\odot}$ – *гелиоцентрические* координаты звёзд. Такие координаты можно было бы назвать инерциальными, если бы Солнце и звёзды были в пространстве неподвижны. Однако и Солнце, и звёзды движутся в пространстве по сложным траекториям вокруг центра масс Галактики.

Наблюдаемые с Земли собственные движения звёзд содержат две составляющие:

- 1) движение самой звезды в пространстве;
- 2) движение Солнечной системы.

Таким образом, наблюдаемые собственные движения звёзд – это движения относительно Солнца.

Если редуцировать гелиоцентрические координаты звёзд $\alpha'_{\odot}, \delta'_{\odot}$ за влияние наблюдаемых собственных движений к моменту t_0 , мы получим приближение к инерциальным координатам с точностью движения Солнца и погрешностей в результатах наблюдений, а также погрешностей в принятых значениях фундаментальных постоянных. Здесь возникает задача разделения движений Солнца и звёзд.

В то же время значения фундаментальных постоянных также определяются из наблюдений звёзд, как, например, постоянная прецессии. Истинные зна-

чения собственных движений звёзд зависят от точности, с которой известна постоянная прецессии, и, в свою очередь, имеют погрешности вследствие движения Солнца и вращения Галактики. Таким образом, полученная гелиоцентрическая система небесных координат не будет инерциальной; она будет вращаться и иметь неравномерное поступательное движение, хотя и крайне невеликое.

Учёт влияния движения Солнца и вращения Галактики может быть выполнен на основе анализа собственных движений звёзд и их лучевых скоростей. В таком случае система координат может быть отнесена к галактическому центру с некоторой погрешностью.

Привязка системы координат к внегалактическим объектам, не участвующим в галактическом вращении и практически не обладающим собственным движением, является следующим приближением системы к инерциальной. К внегалактическим объектам можно отнести звездообразные внегалактические туманности, а также квазары, которые находятся на космически крайне далёких расстояниях, что их можно считать неподвижными в течение нескольких тысячелетий.

Таким образом, инерциальная система координат может быть реализована, если с соответствующей точностью для некоторой фундаментальной эпохи t_0 известны:

- гелиоцентрические прямые восхождения и склонения звёзд, привязанные к внегалактическим объектам;
- значения фундаментальных постоянных, определяющих поступательное и вращательное движения Земли;
- истинные значения параметров собственных движений звёзд и Солнца.

Предположим, что инерциальная система координат задана на эпоху t_0 , тогда, редуцировав её к другой эпохе, учитывая прецессию и истинные собственные движения, мы получим подобную неподвижную систему координат, либо систему, которая движется прямолинейно и равномерно без вращения.

Так как описанная задача всё ещё не имеет окончательного решения, на практике принято пользоваться *фундаментальной системой небесных координат*. Эта система наиболее близка к инерциальной по точности и определяется возможностями астрономических наблюдений на текущем момент.

Фундаментальная система координат фиксируется данными *фундаментального звёздного каталога*, в котором для каждой звезды некоторого списка указаны средние экваториальные координаты на одну и ту же принятую фундаментальную эпоху, а также их прецессионные и изменения вследствие собственного движения с течением времени.

Фундаментальная система координат должна иметь наивысшую точность, поэтому она составляется на основе многочисленных астрономических наблюдений, произведённых в разные эпохи. С целью построения геометрически правильной фундаментальной системы координат наблюдения выполняются таким образом, чтобы исключить систематические ошибки наблюдений, которые классифицируются по следующим признакам:

1. Ошибки координат $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$, искажающие геометрию координатной сетки; для уменьшения их влияния необходимо повышать точность наблюдений и методы уравнивания.

2. Ошибку нульпунктов координат ΔA и ΔD – ошибка точки весеннего равноденствия и ошибка экватора, искажающие ориентировку системы координат; они выводятся из сопоставления наблюждённых положений небесных тел Солнечной системы с эфемеридами.

3. Ошибки собственных движений $\Delta\mu_\alpha$ и $\Delta\mu_\delta$, искажающие правильность вращения фундаментальной системы координат и изменяющие геометрию сетки, что прогрессивно снижает точность системы с течением времени; ослабить влияние этих ошибок можно путём наблюдения смещений звёзд относительно галактик.

§ 6.2 Уточнение параметров прецессии

Как известно, общая прецессия представляется двумя составляющими:

– лунно-солнечной прецессией, приводящей к постоянному движению точки Весны по эклиптике;

– прецессии от планет, вызывающей вращение эклиптики, что приводит к получению дополнительного смещения точки Весны.

Погрешности принятых значений обеих составляющих прецессии вызывают медленное вращение системы при отнесении фундаментальной системы координат к той или иной эпохе, вследствие чего её нельзя считать инерциальной.

Погрешности в принятых значениях параметров прецессии приводят к погрешностям в определении составляющих по α и δ собственных движений звёзд. Вследствие этого при преобразовании фундаментальной системы от заданной эпохи к какой-либо иной удалённой эпохе возникают несоответствия по экваториальным координатам положений звёзд в каталогах и их наблюдаемых положений, отнесённых к одной и той же новой эпохе.

Общая годовая прецессия для двух её составляющих – по прямому восхождению m и по склонению n – определяется по формулам

$$m = p_1 \cos \varepsilon_0 - q_1; \quad n = p_1 \sin \varepsilon_0; \quad (6.1)$$

общая годовая прецессия в эклиптике

$$p = p_1 - q_1 \cos \varepsilon_0. \quad (6.2)$$

Здесь p_1 – постоянная лунно-солнечной прецессии в долготе – постоянная прецессии Ньюкома; ε_0 – наклон эклиптики к экватору в начальную эпоху; q_1 – постоянная прецессии от планет, выражаемая зависимостью:

$$q_1 = \pi \sin \Pi \operatorname{cosec} \varepsilon_0, \quad (6.3)$$

где π и Π – элементы вращения эклиптики – скорость вращения и долгота мгновенной оси вращения от начального положения точки Весны.

Из формул для годичной прецессии по прямому восхождению и склонению

$$\Delta \alpha_{pr} = m + n \cos \alpha \operatorname{tg} \delta_1, \quad \Delta \delta_{pr} = n \cos \alpha \quad (6.4)$$

с учётом (6.1) – (6.2) следует, что вследствие погрешностей Δp_1 и Δq_1 погрешности собственных движений можно записать:

$$\begin{aligned}\Delta\mu_\alpha &= n \cos \delta = \Delta p_1 (\cos \varepsilon_0 \cos \delta + \sin \varepsilon_0 \sin \alpha \sin \delta) - \Delta q_1 \cos \delta, \\ \Delta\mu_\delta &= \Delta p_1 \sin \varepsilon_0 \cos \alpha.\end{aligned}\quad (6.5)$$

К этим погрешностям следует добавить влияние движения Солнца. В настоящее время принято, что средняя скорость движения Солнца в пространстве $V_\odot = 19.4$ км/с, координаты апекса: $A_\odot = 270^\circ$, $D_\odot = 30^\circ$. Составляющие скорости движения Солнца по осям экваториальной гелиоцентрической системы координат равны:

$$\dot{X}_\odot = V_\odot \cos D_\odot \cos A_\odot, \dot{Y}_\odot = V_\odot \cos D_\odot \sin A_\odot, \dot{Z}_\odot = V_\odot \sin D_\odot, \quad (6.6)$$

а влияние этих составляющих на значения собственных движений звёзд выражаются формулами

$$\begin{aligned}D\mu_\alpha \cos \delta &= \pi \dot{X}_\odot \sin \alpha - \pi \dot{Y}_\odot \cos \alpha, \\ d\mu_\delta &= \pi \dot{X}_\odot \sin \delta \cos \alpha + \pi \dot{Y}_\odot \sin \delta \sin \alpha - \pi \dot{Z}_\odot \cos \delta,\end{aligned}\quad (6.7)$$

где π - годичный параллакс звезды.

«Солнечную» составляющую общей погрешности в собственных движениях обычно считаю систематической, в то время как влияние истинных движений звёзд носит случайный характер. Таким образом, их можно рассматривать как невязки уравнений поправок:

$$\begin{aligned}(\mu_{\alpha_n} - \mu_{\alpha_v}) \cos \delta &= \Delta\mu_\alpha \cos \delta + D\mu_\alpha \cos \delta, \\ (\mu_{\delta_n} - \mu_{\delta_v}) &= \Delta\mu_\delta + D\mu_\delta,\end{aligned}\quad (6.8)$$

где индексы «н» и «в» означают «наблюдённое» и «вычисленное» соответственно.

Наиболее надёжными значениями, полученными на основе фундаментальных каталогов, в настоящее время являются:

$$\begin{aligned}- \Delta p_1 \cdot 100 \text{ лет} &= +1.10'' \\ - \Delta E \cdot 100 \text{ лет} &= +1.20''\end{aligned}$$

Общая прецессия по долготе за 100 лет принята равной

$$P = 50.290966'' + 0.000222'' \cdot T, \quad (6.9)$$

где T – число лет, прошедших после 2000 года.

В настоящее время стоит задача уточнения как собственных движений звёзд, так и параметров прецессии по наблюдениям внегалактических объектов.

§ 6.3 Астрономические постоянные

Список астрономических постоянных не регламентирован и к их числу можно отнести многие величины, характеризующие Землю как небесное тело, и попадающие под определение понятия астрономической постоянной.

Для характеристики комплекса астрономических постоянных введём их условную классификацию.

Первая группа астрономических постоянных объединяет геометрические характеристики Земли, системы Земля – Луна и орбиты центра масс этой системы. К числу таких постоянных относятся:

- экваториальный радиус Земли;
- возмущённое среднее расстояние Луны;
- величина астрономической единицы;
- параллакс Солнца;
- параллакс Луны;
- наклон эклиптики к экватору.

Вторая группа астрономических постоянных включает кинематические характеристики поступательно-вращательного движения Земли и движения Луны по орбите. Примерами постоянных этой группы являются:

- общая прецессия по долготе;
- постоянная солнечно-лунной прецессии;
- постоянная нутации;
- постоянная аберрации;
- сидерическое движение Луны.

Третья группа астрономических постоянных связана с динамическими свойствами Земли и параметрами, обусловленными её взаимодействием с Солнцем и Луной. К этой группе принадлежат:

- геоцентрическая и гелиоцентрическая постоянные тяготения;
- динамический коэффициент сжатия Земли;

– отношение масс Луны и Земли, Солнца и Земли, Солнца и системы Земля – Луна;

– постоянные лунного и параллактического неравенств.

Определение большинства астрономических постоянных производится на основании анализа рядов астрометрических наблюдений. Кроме того, существует много специальных методов определения астрономических постоянных, которые основаны на средствах свето- и радиолокации.

Некоторое число астрономических постоянных, достаточное для решения поставленных задач, объединяется в систему фундаментальных астрономических постоянных. *Система фундаментальных астрономических постоянных* есть совокупность целесообразно подобранных астрономических постоянных, значения которых в пределах точности определений согласованы на основе теории тяготения. Эти фундаментальные постоянные можно разделить на три класса:

- определяющие постоянные, которые выбираются произвольно;
- основные постоянные, определяемые независимо на основе наблюдений;
- производные постоянные, связанные математическими зависимостями с определяющей и основными постоянными.

Система масс планет также относится к фундаментальным астрономическим постоянным (прил. В).

Рассмотрим некоторые астрономические постоянные.

Постоянные, характеризующие тело Земли

Постоянные, определяющие взаимное расположение и движение плоскостей экватора и эклиптики

Масштаб в Солнечной системе

Параметры системы Земля – Луна

Постоянная аберрации и скорость света

ГЛАВА 7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И ИХ ИЗМЕНЕНИЙ

Визуальный метод определения координат светил основывается на наблюдениях в меридиане. Для таких наблюдений применяют меридианные и вертикальные круги, а также пассажные инструменты.

Меридианный принцип наблюдений нашёл широкое распространение благодаря ряду теоретических и практических преимуществ. К их числу относятся:

- независимые друг от друга определения прямых восхождений и склонений;
- минимальное и постоянное влияние рефракции во время прохождения;
- при вращении трубы инструмента визирная ось описывает на небе небесный меридиан, что облегчает учёт ошибок инструмента и его установки.

Методика наблюдения прохождений и измерения зенитных расстояний светил принципиально не отличается от методики наблюдений, описанной в §3.2.

§ 7.1 Абсолютные определения прямых восхождений и склонений небесных тел

Абсолютные определения прямых восхождений выполняются путём наблюдений прохождений светил через меридиан с использованием пассажного инструмента.

Допустим, что в средние моменты прохождений T внесены все поправки, полученные в соответствии с формулой Майера:

$$\alpha = T + u + a \sin z \sec \delta + b \cos z \sec \delta + c \sec \delta, \quad (7.1)$$

где T – наблюденный момент прохождения светила через меридиан; u – поправка хронометра; α – прямое восхождение светила; z – зенитное расстояние; a – азимут инструмента; b – наклон горизонтальной оси; c – коллимация.

В некоторых случаях применяют формулу Бесселя, где вместо горизонтальных координат оси инструмента a и b используют экваториальные координаты $a = m \sin \varphi - n \cos \varphi$; $b = m \cos \varphi + n \sin \varphi$:

$$\alpha = T + u + m + n \operatorname{tg} \delta + c \sec \delta, \quad (7.2)$$

Тогда для определения абсолютных прямых восхождений светила должны быть решены следующие задачи:

- 1) определение абсолютного азимута;
- 2) выравнивание прямых восхождений внутри системы;
- 3) установление начала координат системы.

Абсолютный азимут можно определить из многократных наблюдений прохождения Полярной в верхней и нижней кульминациях. При этом, фиксируются отсчёты мир, а также прохождения южных звёзд, что необходимо для нахождения поправки хронометра.

Если в (7.1) обозначить $A = \sin z \sec \delta$ и $B = \cos z \sec \delta$ для моментов прохождения Полярной T_1 – в верхней и T_2 – в нижней кульминациях, можно записать

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \Delta\alpha &= T_1 + u_1 + A_B(a_1 + \Delta a) + B_B\Delta b \\ \alpha_2 + \Delta\alpha &= T_2 + u_2 + A_H(a_2 + \Delta a) + B_H\Delta b, \end{aligned} \quad (7.3)$$

где $\Delta\alpha$ – поправка к прямым восхождениям Полярной; $\alpha_1, \alpha_2, a_1, a_2$ – азимуты инструмента, отсчитанные по мирам; Δa – азимут средней линии мир; Δb – боковое гнутие, принятое как наклонность. Моменты T_1, T_2 считаются исправленными за все инструментальные влияния.

После перекладки инструмента составляются аналогичные уравнения, где известные величины обозначаются: $L = \alpha - T - u - \Delta a$. Здесь u – поправка хронометра, определённая из наблюдений южных звёзд. Отсюда получим уравнения поправок:

До перекладки (W):

$$\begin{aligned} A_B\Delta a + B_B\Delta b - \Delta\alpha &= L_1, \\ A_H\Delta a + B_H\Delta b - \Delta\alpha &= L_2. \end{aligned} \quad (7.4)$$

После перекладки (E):

$$A_B\Delta a - B_B\Delta b - \Delta\alpha = L_3, \quad (7.5)$$

$$A_n \Delta a - B_n \Delta b - \Delta \alpha = L_4.$$

Использование способа наименьших квадратов при решении таких уравнение приводит к независимым от $\Delta \alpha$ значениям Δa и Δb .

После учёта всех погрешностей для наблюдений одного светила получаем

После перекладки (E):

$$\alpha = T + u = T + u_0 + \Delta u, \quad (7.6)$$

где Δu – известная поправка за ход хронометра.

Так как $\alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha$, где α_0 – приближённое значение из каталога, $\Delta \alpha$ – поправка к значению α_0 , то $\alpha_0 - T = u'$ – исправленная за ход хронометра поправка хронометра относительно каталога. Отсюда

$$\Delta \alpha = u_0 - u' \quad (7.7)$$

для всех звёзд каталога при условии $\sum \Delta \alpha = 0$.

Выравнивание прямых восхождений можно выполнить с помощью следующий методов:

- гринвичский;
- капский;
- пулковский.

Гринвичский метод использует условие $\sum \Delta \alpha = 0$, в соответствии с чем можно сразу определить $u_0 = \frac{1}{n} \sum u'$, и затем – все $\Delta \alpha$. Однако недостатком метода является возникновения синусоидального хода ошибок $\Delta \alpha_a$.

При использовании *капского* метода $\Delta \alpha_a$ представляется в виде тригонометрического многочлена второго порядка, коэффициенты которого неизвестны. Для (7.7) $\Delta \alpha$ замещается $\Delta \alpha_a$ и берутся разности между дневной звездой и осреднённой группой ночных звёзд:

$$u'_d - u'_n = k + A(\cos \alpha_n - \cos \alpha_d) + B(\sin \alpha_n - \sin \alpha_d) + C(\cos 2\alpha_n - \cos 2\alpha_d) + D(\sin 2\alpha_n - \sin 2\alpha_d). \quad (7.8)$$

Наблюдения на полусуточном интервале позволяют определить коэффициенты A и B , на интервале 6 и 18 часов – C и D .

Недостатком данного метода является недостаточно обоснованное представление $\Delta\alpha$, а также использование только одного дневного светила в каждом уравнении, что в целом оказывает влияние на точность.

Пулковский метод характерен тем, что для выравнивания берутся координаты главных звёзд, или звёзд Маскелайна (~30 светил, склонения которых менее 40°), а остальные звёзды связываются с главными звёздами дифференциальным методом.

Таким образом, разность выражений для двух соседних главных звёзд является исходным уравнением для данного метода:

$$\Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_1 = u'_1 - u'_2. \quad (7.9)$$

Такие уравнения могут быть объединены в средние и решены способом наименьших квадратов при условии $\sum \Delta\alpha = 0$.

Определение начала координат системы прямых восхождений связано с положением точки весеннего равноденствия.

Абсолютные определения склонений выполняются классическим методом по измерениям зенитных расстояний светил в меридиане с помощью меридианного или вертикального кругов. Измеренное зенитное расстояние z светила в верхней кульминации при условии учёта всех погрешностей устанавливает следующую зависимость

$$\delta = \varphi \mp z, \quad (7.10)$$

где « $\rightarrow$ » соответствует верхней кульминации к югу от зенита; « $+$ » – к северу.

Для нижней кульминации действует аналогичная зависимость

$$\delta = 180^\circ - \varphi - z. \quad (7.11)$$

Из вышеизложенного следует, что, если известны широта φ и зенитное расстояние z с учётом всех поправок, склонение δ можно легко определить. Таким образом, задача абсолютного определения склонения светила сводится к независимому установлению широты места наблюдений, а также вычислению поправки постоянной рефракции.

Эта задача решается по измеренным зенитным расстояниям множества звёзд в верхней и нижней кульминациях, где для каждого светил справедливо равенство

$$\delta_n - \delta_v = 180^\circ - 2\varphi - (z_n \pm z_v) = 2\Delta\varphi + (\rho_n \pm \rho_v) \frac{\Delta k}{k}, \quad (7.12)$$

где δ_n, δ_v – склонения звезды в нижней и верхней кульминациях, вычисленные по наблюдениям z_n, z_v с принятым значением широты φ ; $\Delta\varphi$ – поправка в принятое значение φ ; ρ_n, ρ_v – поправки за рефракцию; Δk – поправка постоянной рефракции k .

В процессе наблюдений необходимо не менее трёх раз определять положение точки надира за ночь.

Если наблюдения выполняются с использованием меридианного круга, то при каждом положении инструмента (до и после перекладки) наблюдатель выполняет серию отсчётов на светило окулярным микрометром по склонению, затем – отсчёты по четырём микроскопам каждого из кругов; точка надира вычисляется через периодически определяемую точку надира.

При использовании вертикального круга наблюдения выполняются при двух положениях инструмента L и R путём перевода трубы через зенит. В таком случае измеренное зенитное расстояние находится из зависимости

$$z'_{cp} = \frac{1}{2} \left[M_{L_{cp}} - M_{R_{cp}} - \frac{\tau}{2} (л + п)_L - (л + п)_R \right], \quad (7.13)$$

где τ – цена деления уровня на раме микроскопов; л, п – отсчёты по концам пузырька; знак поправки за уровень определяется направлением оцифровки разделённого круга и уровня, а также последовательностью положений инструмента при наблюдениях.

Уравнения вида (7.12), составленные по наблюдениям близполюсных звёзд, рассматриваются как уравнения поправок и служат для определения поправок к принятому значению широты $\Delta\varphi$ и постоянной рефракции Δk .

После определения $\Delta\varphi$ и Δk измеренные зенитные расстояния других звёзд исправляются поправками согласно формуле

$$M = M_{cp} + \Delta M_r + \Delta M_\varepsilon + R''_\delta (m - m_0) + \Delta m_k + [\Delta m_{nn}] + \Delta m_{гн}, \quad (7.14)$$

где $\Delta M_r + \Delta M_\varepsilon$ – сумма поправок в средний отсчёт за рэн (ΔM_r) микроскопов и ошибки делений (ΔM_ε) круга, определяемые из исследований; R''_δ – цена борота окулярного микрометра по δ ;

m – средний отсчёт по микрометру на звезду; m_0 – нуль-пункт микрометра; Δm_k – поправка за кривизну параллели, $\Delta m_k = \frac{1}{4} t^2 \sin 2\delta$; $\Delta m_{\text{нн}}$ – поправка за наклон нити, $\Delta m_{\text{нн}} = f \operatorname{tg} j$, где f – расстояние текущей боковой нити от средней, а j – угол наклона нити, определяемый по наблюдениям экваториальной звёзды из формулы $j = \operatorname{arctg} \frac{(m_{\delta 2} - m_{\delta 1}) \cdot R_{\delta}}{(m_{a 2} - m_{a 1}) \cdot R_a}$, $m_{\delta 2,1}$ – отсчёты винта по склонению на звезду; $m_{a 2,1}$ – отсчёты винта по прямому восхождению на звезду; R_{δ} , R_a – цены оборотов винтов; $\Delta m_{\text{гн}}$ – поправка за гнутые, определяемая из исследований.

Поправки за рефракцию ρ исправляются за счёт Δk , широта – поправкой $\Delta \varphi$, после чего определяемые склонения звёзд выводятся из формул (7.10 – 7.11). Полученные результаты редуцируются на начало ближайшего бесселева года и далее, с учётом прецессии, на принятую эпоху равноденствия каталога. Различные значения склонений каждой звезды усредняются и выводятся средние эпохи наблюдений.

§ 7.2 Относительные определения прямых восхождений и склонений небесных тел

Относительные определения экваториальных координат светил позиционными методами выполняются путём наблюдений на меридианном круге последовательных прохождений звёзд фундаментального каталога и звёзд, положения которых необходимо определить относительно фундаментальной системы. При наблюдении опорных и определяемых звёзд регистрируются моменты их прохождений и измеряются их зенитные расстояния. Тогда разность моментов прохождений опорной и определяемой звёзд при условии отсутствия погрешностей даст разность их прямых восхождений, а разность зенитных расстояний – разность их склонений.

Обработка прямых восхождения производится по формуле Бесселя, которую можно записать следующим образом:

$$\alpha = T + u + m \pm n \operatorname{tg} \delta \pm c' \sec \delta, \quad (7.15)$$

где знаки « $\pm$ » относятся к двум кульминациям; c' включает в себя влияние коллимации, суточной аберрации, ширины контакта $Ш_k$ и мёртвого хода M_x контактного микрометра.

Для вычисления склонений применяют формулу

$$\delta = M - M_0, \quad (7.16)$$

где M – отсчёт круга, исправленный за рефракцию, кривизну параллели и все инструментальные погрешности; M_0 – точка экватора.

Величины $u + m$, n , M_0 определяются по наблюдениям опорных звёзд.

При определении прямых восхождений используются близполюсные опорные звёзды, значение склонений которых больше 80° , для определения величины n , и южные звёзды для определения величины $u + m$.

При определении склонений для установления токи экватора M_0 опорные звёзды следует выбирать в тех же зонах по склонению, где находятся определяемые звёзды, для уменьшения влияния случайных и систематических ошибок.

Для привязки системы, получаемой из дифференциальных наблюдений, с помощью наблюдений специальных рядов опорных звёзд определяются систематические разности «фундаментальный каталог – инструмент», куда также входят систематические личные ошибки.

Для определения указанных разностей целесообразно применять способ Циммермана, при котором все опорные звёзды разбиваются на 5-градусные зоны. Примем за q любую из величин $u + m$ или n , определяемых по опорным звёздам. Тогда для каждого вечера и каждой пары опорных звёзд из разных зон можно составить разности, полагая, что истинное значение $q = q_i + x_i = q_k + x_k \dots$, где $i, k = 1, 2, \dots, n, i \neq k$:

$$x_i - x_k = q_k - q_i. \quad (7.17)$$

Определив таким способом по всем опорным звёздам во все вечера значения x , получим

$$x_j = \frac{1}{n}(nx_j) - \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n x_s \equiv \frac{(nx_j)}{n} \quad (7.18)$$

при $\sum_{s=1}^n x_s \equiv 0$ для каждой зоны, строят сглаженные зависимости вида $x_j = x_j(\delta)$.

Так как за один вечер наблюдений $\sum x_m \neq 0$, то для любого конкретного вечера исправленное значение q равно

$$q = q_i + x_i - \frac{1}{n} \sum x_m = q_j - x_j \quad (7.19)$$

при среднем δ в данной зоне.

Определив таким образом значения x_a и x_δ , относительные прямые восхождения каждой определяемой звезды вычисляются по формуле

$$\alpha_j = T_j + (u + m) + x_{a j} - \frac{1}{k} \sum_s x_{a s} \pm n \operatorname{tg} \delta_j \pm c' \sec \delta_j, \quad (7.20)$$

где n – определяется по близполюсным опорным звёздам, $u + m$ – по часовым.

Склонение определяется по формуле

$$\delta_j = M_j - M_0 + x_{\delta j} - \frac{1}{n} \sum_m x_{\delta m}, \quad (7.21)$$

где M_0 – средняя точка экватора по всем опорным звёздам.

Здесь k и n – соответствующие количества зон.

Определённые указанным образом относительные экваториальные координаты каждой звезды в разные вечера редуцируются с эпохи наблюдений на начало ближайшего бесселева года, затем – с учётом прецессии – к заданной точке Весны. Усреднение отдельных значений координат для каждой звезды по многим вечерам выполняется с целью ослабления влияния случайных ошибок наблюдений.

ГЛАВА 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ

§ 8.1 Перемещение полюсов и изменение географических координат

Перемещение полюсов по поверхности Земли приводит к изменению географических координат пунктов и азимутов направлений на земные и другие объекты. В современную эпоху перемещение полюса не выходит за пределы квадрата со сторонами ≈ 25 м, что позволяет изучать движение полюса в плоской системе координат xP_0y (рис. 8.1). P_0 – начало координат – точка касания плоскостью xP_0y сферической поверхности Земли. Ось P_0x совпадает с плоскостью гринвичского меридиана, ось P_0y направлена к западу от Гринвича.

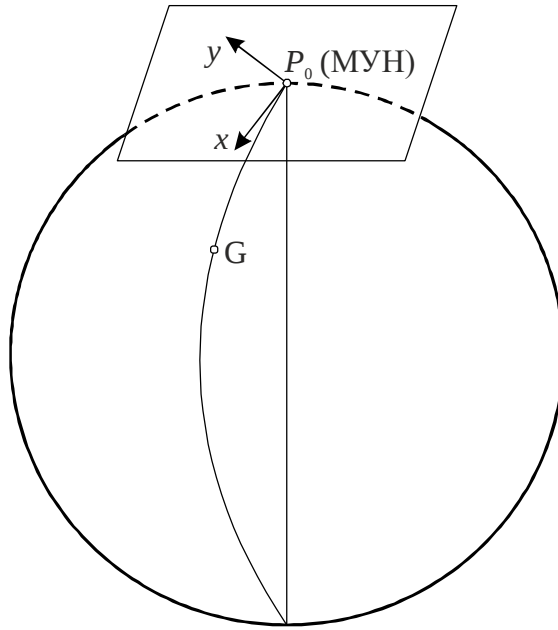


Рис. 8.1

Если долготы считать к востоку от Гринвича, формулы зависимости между перемещением полюса и изменениями широт, долгот и азимутов будут иметь вид

$$\begin{aligned}\varphi - \varphi_0 &= x_p \cos \lambda - y_p \sin \lambda, \\ \lambda - \lambda_0 &= \frac{1}{15} (x_p \sin \lambda + y_p \cos \lambda) \operatorname{tg} \varphi, \\ \alpha - \alpha_0 &= (x_p \sin \lambda + y_p \cos \lambda) \sec \varphi.\end{aligned}\quad (8.1)$$

Таким образом, координаты мгновенного полюса x_p, y_p , можно вычислить по любому из параметров $(\varphi, \lambda, \alpha)$, полученных через некоторые интервалы времени на целесообразно расположенных пунктах.

Кроме того, для определения координат мгновенного полюса возможно совместное использование измерений широт и долгот, а также результатов азимутальных определений.

§ 8.2 Определение неравномерностей вращения Земли и координат полюса

Информация о движении земных полюсов не даёт полного описания вектора угловой скорости вращения Земли. Здесь необходимы данные о составляющей, направленной вдоль вектора, т.е. о неравномерности вращения Земли.

Во вращении Земли вокруг оси выделяют три вида неравномерностей:

- вековое замедление вращения;
- периодические вариации скорости;

– нерегулярные флуктуации.

Вековое увеличение продолжительности суток, составляющее 1-2 мс за 100 лет, является следствием приливообразующих сил, возникающих в системе Солнце – Луна – Земля. Такое объяснение является полным в интервале около 300 лет. На более длительных отрезках времени вполне возможно влияние глобальных геологических процессов, особенностей эволюции системы Земля – Луна.

Амплитуда сезонных вариаций продолжительности суток достигает около 0.5 мс. Эти вариации связаны с особенностями сезонных процессов, происходящих в атмосфере, частично с лунными приливами.

Для учёта периодических неравномерностей во вращении Земли по результатам наблюдений получают коэффициенты a, b, a_1, b_1 выражения

$$\Delta T_s = a \sin 2\pi t + b \cos 2\pi t + a_1 \sin 4\pi t + b_1 \cos 4\pi t, \quad (8.2)$$

где t измеряется в долях года от начала соответствующего года.

Величина ΔT_s позволяет связать шкалы времени UT1 и UT2, так как

$$UT2 = UT1 + \Delta T_s. \quad (8.3)$$

Поправка ΔT_s приводится в бюллетенях Международного бюро времени через 5 суток.

Нерегулярные вариации скорости вращения Земли превосходят вековые изменения более чем на порядок. Предпринимались попытки связать нерегулярные изменения скорости вращения Земли с процессами внутри земного ядра, с процессами перекристаллизации пород в подкорковом слое Земли, с вариациями параметров геомагнитного поля, с солнечной активностью. Каждая из этих причин играет свою роль, однако полной ясности относительно природы нерегулярных вариаций скорости вращения Земли до сих пор нет.

Усилиями многих астрономов к настоящему времени создана система определения координат мгновенного полюса x_p и y_p , основывающаяся на традиционных методах наблюдений. Её отличает простота и относительно бюджетные инструменты. Из обработки обширных рядов наблюдений удавалось получить

координаты полюса со средней квадратической ошибкой $0.01''$ и продолжительность суток – с ошибкой 0.001^s .

Однако такой подход к изучению движения земных полюсов обладает некоторыми недостатками, к которым можно отнести недостаточную оперативность, практически достигнутый предел точности. При этом, для достижения такой точности необходимо обработать результаты наблюдений, выполненных в течение недели.

При такой постановке вопроса невозможно изучение суточной нутации из-за жидкого ядра Земли. На результаты определений оказывают серьёзное влияние ошибки координат звёзд, а также ошибки собственных движений звёзд. Учёт приливных колебаний отвесной линии, аномалий рефракции и других явлений также испытывают определённые трудности, что в равной степени относится и к определению координат полюса.

В дополнение к традиционным астрометрическим методам при определении координат полюса развитие получили доплеровские и лазерные наблюдения ИСЗ, методы радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) и с использованием лазерной локации Луны.

В случае изучения движения полюса на основе наблюдений ИСЗ высокие требования предъявляются к точности прогнозирования движения спутника. Необходимо учесть все возмущения в движении спутника, кроме той части, которая обусловлена движением земного полюса.

Чтобы повысить точность определения координат полюса, по сравнению с астрометрическими методами, необходимо положение спутника определять с точностью, характеризуемой средней квадратической ошибкой в несколько сантиметров. При точности 1-2 см оказывается возможным определение взаимного положения полюсов инерции и вращения Земли. Для определения координат полюса с высокой степенью точности достаточно одних суток.

Анализ космических методов определения координат полюса и скорости вращения Земли показал их высокую эффективность по сравнению с традиционными.

§ 8.3 Радиointерферометрия

В методе радиointерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) сигналы от радиоисточника, находящегося за пределами нашей галактики, например, квазара, принимаются антеннами, удалёнными друг от друга на большие расстояния. Расстояние между радиотелескопами (база радиointерферометра) может составлять несколько тысяч километров. Пусть на антенну в пункте A сигнал поступает позднее, чем на антенну в точке B .

Если считать, что часы в пунктах A и B синхронны, то для временной задержки τ будем иметь

$$\tau = \frac{d}{c} \cos \theta = \frac{\Delta r}{c}, \quad (8.4)$$

где c – скорость света, d – длина базы AB , θ – угол с вершиной в точке A между направлениями на квазар и точку B .

В векторной форме получаем выражение

$$\tau = -\frac{\vec{d}}{c} \cdot \vec{e}_k, \quad (8.5)$$

где $\vec{e}_k$ – единичный вектор направления на радиоисточник (k). Поскольку речь идёт о квазарах, фронт волны будет плоским.

Из выражения (8.5) для эпохи наблюдений можно записать

$$\Delta r = c\tau = -\vec{d} \cdot \vec{e}_k. \quad (8.6)$$

Если вектор $\vec{e}_k$ получен в системе координат XYZ с помощью преобразования (8.6), то переход от системы координат XYZ к системе, жёстко связанной с Землёй, приводит к уравнению, содержащему параметры вращения Земли на эпоху t

$$\Delta r = -\vec{d}^T \bar{R}_2(-x_p) \bar{R}_1(-y_p) \bar{R}_1(S) \vec{e}_k. \quad (8.7)$$

Введя разности координат концов базы Δx_{AB} , Δy_{AB} и Δz_{AB} в системе координат, отнесённой к условному международному началу, и сферические координаты радиоисточника α_k , δ_k , соответствующие системе XYZ , получим

$$\Delta r = -(\Delta x_{AB} \Delta y_{AB} \Delta z_{AB}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos S & \sin S & 0 \\ -\sin S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \delta_k & \cos \alpha_k \\ \cos \delta_k & \sin \alpha_k \\ \sin \delta_k \end{pmatrix}. \quad (8.8)$$

Дальнейшие преобразования приводят к выражению

$$\begin{aligned} \Delta r = & -\Delta x_{AB} [\cos \delta_k \cos(S - \alpha_k) + x_p \sin \delta_k] \\ & + \Delta y_{AB} [\cos \delta_k \sin(S - \alpha_k) + y_p \sin \delta_k] \\ & - \Delta z_{AB} [\sin \delta_k - x_p \cos \delta_k \cos(S - \alpha_k) \\ & - y_p \cos \delta_k \sin(S - \alpha_k)]. \end{aligned} \quad (8.9)$$

Данное выражение может служить основой для получения уравнения поправок при измерении временной задержки.

Как следует из (8.9), в уравнении поправок будет 8 неизвестных: разности координат концов базы, координаты мгновенного полюса, координаты (α и δ) квазара и характеристика неравномерности вращения Земли вокруг своей оси χ , определяемая через S . Таким образом показана принципиальная возможность определения параметров вращения Земли методов РСДБ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абалакин В.К.* Геодезическая астрономия и астрометрия: справочное пособие. – М.: Картцентр-Геодезиздат, 1996. – 435 с.
2. *Бакулин П.И., Блинов И.С.* Служба точного времени. – М., Наука, 1977. – 352 с.
3. *Блажко С.Н.* Курс практической астрономии. – М. – Л., 1951. – 322 с.
4. *Верюжский Н.А.* Мореходная астрономия: учебное пособие. – М.: Транслит, 2007. – 160 с.

5. *Гиенко Е.Г.* Астрометрия и геодезическая астрономия: учебное пособие. – Новосибирск: СГГА, 2010. – 142 с.
6. *Козловский А.Н.* Астрономический календарь на 2015 год. – М.: АстроКА, 2014. – 66 с.
7. *Колупаев А.П., Мауерер В.Т., Старостин А.М.* Практическое руководство по геодезической астрономии. – Труды ЦНИИГАиК, вып. 148, 1962. – 316 с.
8. *Краниц П.* Сферическая тригонометрия. – М.: Издательство ЛКИ, 2007. – 98 с.
9. *Подобед В.В., Нестеров В.В.* Общая астрометрия. – М.: «Наука», 1975. – 551 с.
10. *Уралов С.С.* Курс геодезической астрономии: учебник для ВУЗов. – М.: Недра, 1980. – 137 с.
11. *Albert Schödlbauer.* Geodätische Astronomie: Grundlagen und Konzepte. – Berlin; New York; de Gruyter, 1999. – 634 с.
12. *Thomson D.B.* Introduction to geodetic astronomy. Department of Geodesy and Geomatics Engineering, 1997. – 198 с.
13. Астрономический ежегодник на 1993 год. – Л.: Наука, 1991. – 691 с.
14. Инструкция о построении государственной геодезической сети Союза ССР. – М.: Недра, 1966. – 349 с.
15. Определение азимутов на пунктах Лапласа с учётом влияния рефракции. – М.: Недра, 1982. – 23 с. ГКИНП-01-145-81.
16. Основные положения о государственной геодезической сети Российской Федерации. – М.: ЦНИИГАиК, 2004. – 28 с. ГКИНП (ГНТА) – 01-006-03.
17. Руководство по астрономическим определениям. – М.: Недра, 1984. – 295 с. ГКИНП-01-153-81.

Пункт *Ивановка*
Дата *25/26 – VI – 2015 г.*
Звезда *α Boo (345)*

Теодолит У5 №1217
 $\varphi_0 = 44^{\circ}58'40''$, $\lambda_0 = 3^{\text{h}}16^{\text{m}}34.50^{\text{s}}$
 $i^{\text{Д/2}} = (\text{Л} + \text{П}) - m$
 $i^{\circ}_0 = 19.7^{\circ}$

$Mz^{\circ} = 0^{\circ}0'00''$
 $\tau = 3.60''$
 $g = +1''$
 $B = 741.5 \text{ мм}$

Хронометр	Уровень		Вертикальный круг		Горизон- тальный круг <i>A</i>	Примечание
	Л	П	<i>i</i>	микроскоп I	микроскоп II	
$15^{\text{h}}02^{\text{m}}05.5^{\text{s}}$ 27.5 55	12.0 – 32.6	32.6	+4.6	27°30'00"	31'33"	205.5°
				00	33	
				30 00	31 33	
$T_H = 15^{\text{h}}02^{\text{m}}27.83^{\text{s}}$ $\Delta T_{\alpha} = -021^{\text{s}} \cos 27^{\circ}31' =$ = -02 ^s $T_H + \Delta T_{\alpha} = 15^{\text{h}}02^{\text{m}}27.81^{\text{s}}$	12.0 – 32.6	32.6	+4.6	27°30'46.5"		
				$i \frac{\tau}{2} = +8.3''$		
				$L = 27^{\circ}30'54.8''$		
				$Mz^{\circ} = 0 \quad 0 \quad 0$		
				$\rho = 0 \quad 00 \quad 28.5$	$\rho_0 = 326''$	
				$g \sin z = 0 \quad 0 \quad 0$	$\gamma = 9668$	
				$z'_{\text{изм}} = 27^{\circ}31'23.3''$	$B = 9757$	
					$\rho = +0^{\circ}0'28.5''$	

Таблица коэффициентов m и n для вычисления $\frac{d^2z}{dt^2}$

(Выписка для широт $50^\circ - 56^\circ$ и азимутов $0 - 20^\circ$)

$$m = \cos \varphi \sin \varphi \cos A \qquad n = \cos^2 \varphi \cos^2 A$$

A	φ							A	φ						
	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°		50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°
0°	4924	4891	4851	4806	4755	4698	4636	0°	0.4132	0.3960	0.3790	0.3622	0.3455	0.3290	0.3127
1	4923	4890	4851	4806	4755	4698	4635	1	4131	3959	3789	3621	3454	3289	3126
2	4921	4888	4849	4803	4752	4696	4633	2	4127	3956	3786	3617	3451	3286	3123
3	4917	4884	4845	4800	4749	4692	4630	3	4120	3950	3780	3612	3445	3281	3118
4	4912	4879	4840	4795	4744	4687	4625	4	4112	3941	3772	3604	3438	3274	3112
5	4905	4872	4833	4788	4737	4681	4618	5	4100	3930	3762	3594	3429	3265	3103
6	4897	4864	4825	4780	4729	4673	4611	6	4087	3917	3749	3582	3417	3254	3093
7	4887	4854	4815	4770	4720	4663	4601	7	4070	3902	3734	3568	3404	3241	3081
8	4876	4843	4804	4760	4709	4653	4591	8	4052	3884	3717	3552	3388	3226	3066
9	4863	4831	4792	4747	4697	4641	4579	9	4031	3864	3698	3533	3370	3209	3050
10	4849	4816	4778	4733	4683	4627	4565	10	4007	3841	3676	3513	3351	3191	3033
11	4834	4801	4762	4718	4668	4612	4551	11	3981	3816	3652	3490	3329	3170	3013
12	4816	4784	4745	4701	4651	4596	4535	12	3953	3789	3627	3465	3306	3148	2992
13	4798	4765	4727	4683	4633	4578	4517	13	3923	3760	3599	3439	3280	3123	2969
14	4778	4745	4707	4664	4614	4559	4498	14	3890	3729	3569	3410	3253	3097	2944
15	4756	4724	4686	4643	4593	4538	4478	15	3855	3695	3536	3379	3223	3070	2917
16	4733	4701	4664	4620	4571	4516	4456	16	3818	3660	3502	3347	3192	3040	2889
17	4709	4677	4639	4596	4547	4493	4433	17	3779	3622	3466	3312	3160	3009	2860
18	4683	4651	4614	4571	4523	4469	4409	18	3737	3582	3428	3276	3125	2976	2828
19	4656	4624	4587	4544	4496	4442	4383	19	3694	3541	3389	3238	3089	2941	2796
20	4627	4596	4559	4516	4469	4415	4356	20	3648	3497	3347	3198	3051	2905	2761

Приложение В

Система фундаментальных астрономических постоянных

№№	Название	Обозначение	Значени постоянной	Пределы истинного значения
I. Определяющие постоянные				
1	Число эфемеридных секунд в тропическом году (1900.0)	s	31556925/9747	—
2	Гауссова гравитационная постоянная	k	0.01720209895	—
II. Основные постоянные				
3	Величина астрономической единицы в метрах	A	149600×10^6	149597×10^6 149601×10^6
4	Скорость света в м/сек	c	299792.5×10^3	299792×10^3 299793×10^3
5	Экваториальный радиус Земли в метрах	a_e	6378160	6378080 6378240
6	Динамический коэффициент, характеризующий сжатие Земли	J_2	0.0010827	0.0010824 0.0010829
7	Геоцентрическая постоянная тяготения в $m^3/сек^2$	GE	398603×10^9	398600×10^9 398606×10^9
8	Отношение масс Луны и Земли	μ	$1/81.30 =$ 0.0123001	1/81.29 1/81.31
9	Сидерическое среднее движение Луны в рад/сек, (1900.0)	$n^* \text{ (}$	$2.661699489 \times 10^{-6}$	точно для приведённого числа
10	Общая прецессия по долготе за тропическое столетие (1900.0)	p	5025.64"	5025.40" 5025.90"
11	Наклон эклиптики к экватору (1900.0)	ϵ_0	23°27'08.06"	23°27'08.16" 23°27'08.36"
12	Постоянная нутации (1900.0)	N	9.210"	9.210" 9.200"
III. Вспомогательные постоянные коэффициенты				
13	Гравитационная постоянная для единицы времени сек	k'	$1.990983675 \times 10^{-7}$	
14	Число секунд дуги в радиане	F_0	206264.806	
15	Коэффициент для постоянной аберрации	F_1	1.000142	
16	Коэффициент для среднего расстояния Луны	F_2	0.999093142	
17	Коэффициент для параллактического равенства	F_3	4853.2	
IV. Выводимые постоянные				
18	Параллакс Солнца	$\pi_{\odot}$	8.79405" (8.794")	8.79388" 8.79434"
19	Время прохождения светом астрономической единицы	τ_A	499.012 (1/0.00200396)	499.001 499.016
20	Постоянная аберрации	κ	20.4958" (20.496")	20.4954" 20.4960"

21	Сжатие Земли			f	1/298.25 (0.0033529)	1/298.33 1/298.20	
22	Геолиоцентрическая гравитационная постоянная в $m^3/сек^2$			GS	132718×10^{15}	132710×10^{15} 132721×10^{15}	
23	Отношение масс Солнца и Земли			S/E	332958	332935 332968	
24	Отношение массы Солнца и массы системы Земля – Луна			$S/E(1 + \mu)$	328912	328890 328922	
25	Возмущённое среднее расстояние Луны в метрах			$a \text{ (}$	384400×10^3	384399×10^3 384401×10^3	
26	Постоянная синуса параллакса Луны			$F_0 \sin \pi \text{ (}$	$3422.451''$	$3422.397''$ $3422.502''$	
27	Постоянная лунного неравенства			L	$6.43987''$ ($6.440''$)	$6.4390''$ $6.4407''$	
28	Постоянная параллактического неравенства			$P \text{ (}$	$124.986''$	$124.984''$ $124.989''$	
V. Системы масс планет (обратные значения)							
29	Солнце	$\odot$	1.000000	34	Юпитер	$\J$	1047.355
30	Меркурий	♿	6000000	35	Сатурн	♄	3501.6
31	Венера	♀	408000	36	Уран	♅	22869
32	Земля – Луна	$\oplus - \text{ (}$	329390	37	Нептун	♆	19314
33	Марс	♂	3093500				

Учебное издание

Николай Николаевич Редичкин
Наталья Вячеславовна Самсонова

ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ

Учебное пособие

Редактор

Компьютерная верстка и макет

Темплан 2018 г., поз. ____

Подписано в печать _____. Формат _____. Бумага писчая. Ризограф.

Уч.-изд. л. _____. Усл.-печ. л. _____. Тираж ____ экз. Заказ _____

Редакционно-издательский центр

Ростовского государственного строительного университета

344022, Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, 162